**Расчёт на прочность гофрированной тонкой пластины на упругом основании обратным методом**

*Е.Э. Кадомцева, Н.В. Сикачёва, Ю.А. Кирсанов*

*Академия строительства и архитектуры Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону*

Аннотация: В работе рассматривается прямоугольная пластина, подкреплённая рёбрами жёсткости в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Пластина опирается на упругое основание и нагружена распределённой нагрузкой по следующему закону . Задача решается обратным методом. Функция прогибов пластины задаются в виде:За расчётную схему принимается шарнирно опёртая ортотропная пластина на упругом Винклеровском основании. Исследуется напряженное состояние и проводится расчет на грузоподъемность для различных параметров пластины и основания. Расчёты показали, что грузоподъёмность волнистой пластины выше по сравнению с грузоподъёмностью плоской пластины.



**Ключевые слова:** гофрированная, пластина, упругое основание, обратный метод, тонкая, ортонормированная, изгиб, грузоподъёмность, прочность.

Пластина на упругом основании является широко распространённой моделью конструктивных элементов объектов строительства, машиностроения, приборостроения, авиастроения, судостроения и т.д.

Аналитические решения для пластин являются альтернативными по отношению к решениям, полученным численными методами, если для расчетов ответственных объектов требуется подтверждение достоверности полученных результатов[1-4].

Проводилось исследование напряженного состояния и расчет на грузоподъемность для различных параметров пластины и основания. Выбор модели основания Винклера обусловлен тем, что,винклеровская модель математически проста и дает достаточно хорошие результаты.



Рис 1. Волнистая пластина на упругом основании. *b –* ширина пластины;*a –* длина пластины;*f–* высота волны пластины; *l –* длина волны пластины.

За расчётную схему принимается ортотропная шарнирно опёртая пластина, имеющая различные цилиндрические жёсткости в двух взаимно перпендикулярных направлениях, зависящих от жёсткости подкрепляющих рёбер.



**Дифференциальное уравнение изгиба ортотропной пластины на упругом основании в этом случае имеет вид**[7-11]**:**

(1)



где (2)



(3)



(4)



(5)



коэффициент постели, - распределённая нагрузка,w- прогиб пластины, h- толщина пластины,E-модуль упругости при растяжении, - коэффициент Пуассона, f- амплитуда волны,- длина волны.



Нагрузка, действующая на пластину, распределена по закону:

(6)



Функция прогибов пластины задаются в следующем виде:

(7)



Постояннаяопределяется из уравнения (1):



.



Максимальные нормальные напряжения определяются по формулам:

=



= .



Из условия прочности по нормальным напряжениям определяем



Таблица №

Грузоподъемность пластины в зависимости от высоты волны

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Высота волны *f*, м | Длина волны *l*, м | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допускаемая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допускаемая нагрузка , МПа |
| 0,01 | 0,05 | 0,83 | 192,77 | 10,24 | 15,63 |
| 0,0125 | 0,797 | 200,75 | 16,74 | 9,56 |
| 0,015 | 0,749 | 213,6 | 25,59 | 6,25 |
| 0,018 | 0,69 | 231,88 | 39,49 | 4,05 |
| 0,02 | 0,66 | 242,4 | 50,7 | 3,16 |

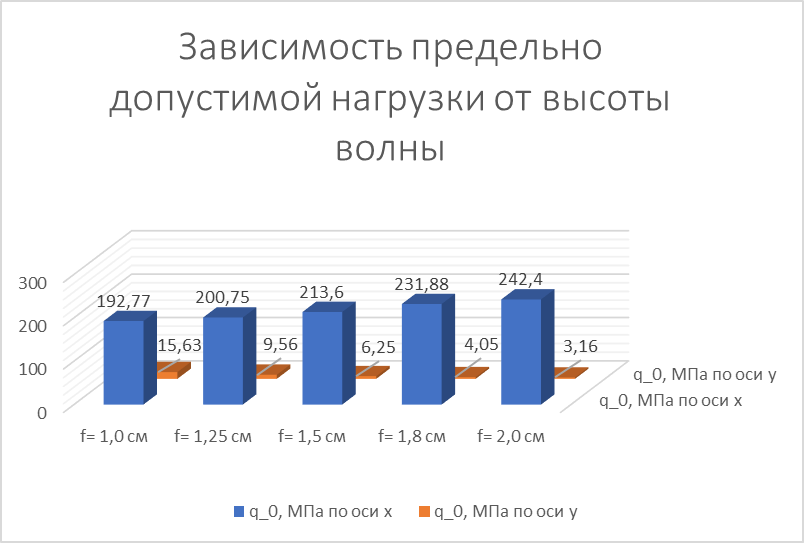


Диаграмма 1 – *f* – высота волны, - Предельно допустимая нагрузка, МПа.



Как видно из результатов расчетов, чем больше высота волны, тем больше предельно допускаемая нагрузка по оси *х* и меньше по оси *у*.

Таблица № 2

Грузоподъемность пластины в зависимости от длины волны

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Длина волны *l*, м | Высота волны *f*, м | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допускаемая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допускаемая нагрузка , МПа |
| 0,04 | 0,01 | 0,857 | 186,7 | 10,7 | 14,95 |
| 0,05 | 0,83 | 192,77 | 10,24 | 15,63 |
| 0,06 | 0,857 | 186,7 | 9,9 | 16,2 |
| 0,07 | 0,874 | 183,07 | 9,75 | 16,4 |
| 0,08 | 0,88 | 181,8 | 9,65 | 16,58 |

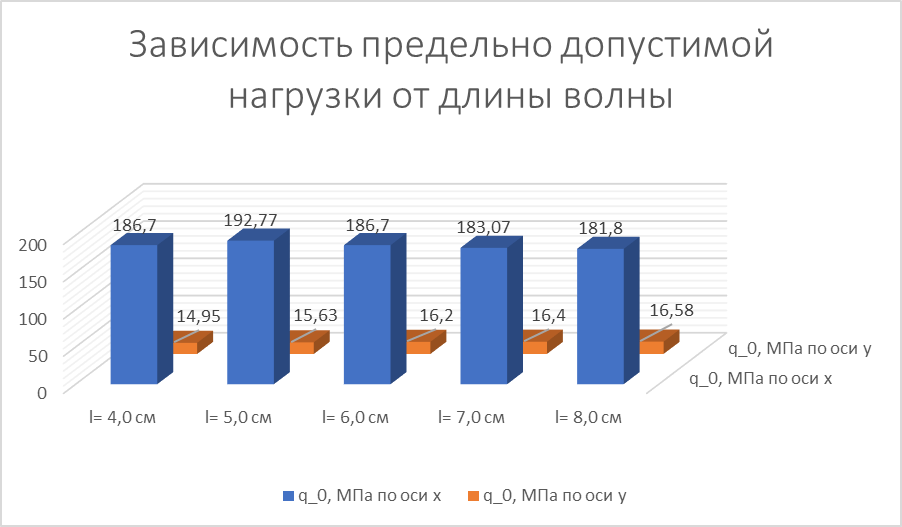


Диаграмма 2 – *l* – длина волны, - Предельно допустимая нагрузка, МПа.



Вывод: чем больше длина волны пластины, тем меньше предельно допускаемая нагрузка по оси *х* и больше по оси *у*.

Таблица № 3

Грузоподъемность пластины в зависимости от коэффициента постели упругого основания

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Коэффициент постели основания К, Мпа/м | Длина волны *l*, м | Высота волны *f*, м | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допустимая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допустимая нагрузка , МПа |
| 100 (песок) | 0,05 | 0,01 | 3,3 | 48,5 | 40,95 | 3,9 |
| 200 (грунт песчано-глинистый, уплотненный) | 1,66 | 96,38 | 20,475 | 7,8 |
| 400 (известняк) | 0,83 | 192,77 | 10,24 | 15,63 |
| 600 (бутовая кладка) | 0,55 | 290,9 | 6,8 | 23,53 |
| 800 (бетон) | 0,42 | 380,95 | 5,1 | 31,37 |

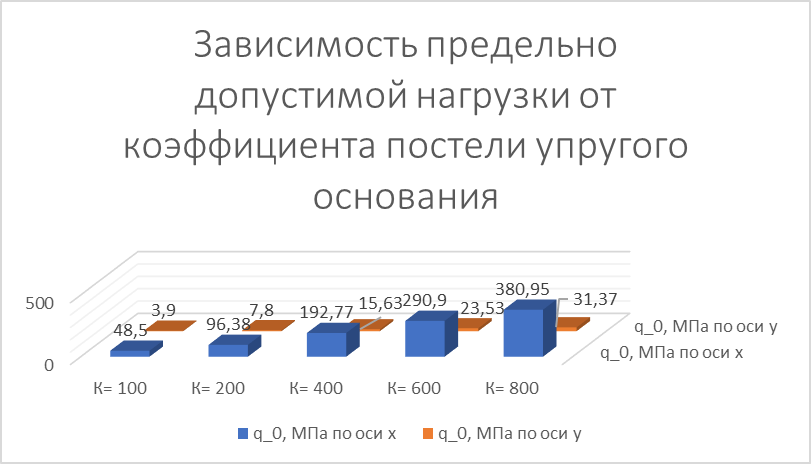


Диаграмма 3 – *К* – коэффициент постели, - Предельно допустимая нагрузка, МПа.



Вывод: из расчетов видно, что между коэффициентом жесткости упругого основания и предельно допустимой нагрузкой по оси *х* и *у,* прямо пропорциональная зависимость.

Входе исследования был проведен сравнительный анализ предельно допустимой нагрузки для гофрированной пластинки и прямоугольной плоской пластины. Результаты расчетов показали, что выгоднее использовать гофрированную пластину.

Таблица № 4

Результаты расчетов прямой прямоугольной и гофрированной пластин

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Длина волны *l*, м | Высота волны *f*, м | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допустимая нагрузка , МПа(расчёт по) | Максимальное нормальное напряжение | Предельно допустимая нагрузка , МПа(расчёт по) |
| Плоская пластина | 0,05 | 0,01 | 0,177 | 903,95 |  | 2,24 |
| Гофрированная пластина | 0,83 | 192,77 | 10,24 | 15,63 |

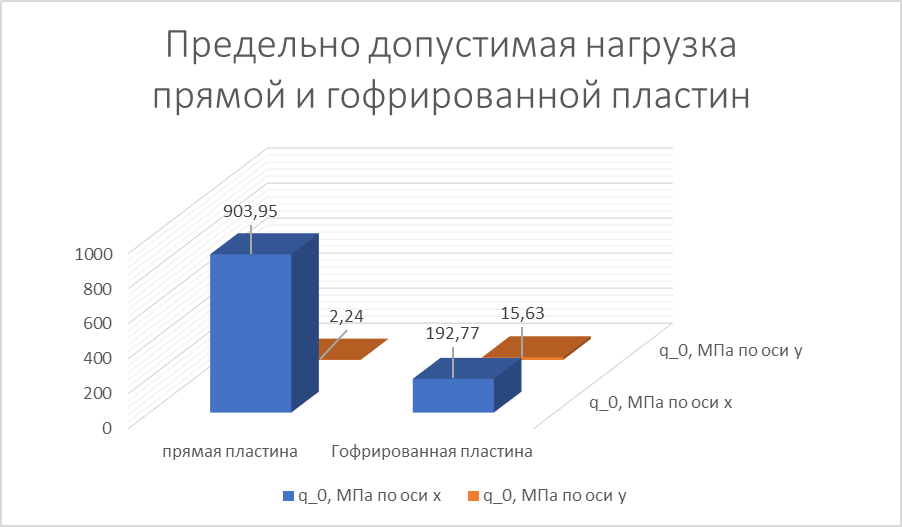


Диаграмма 4 . - Предельно допустимая нагрузка(МПа).



Вывод: исследование показало, что грузоподъёмность, гофрированной пластины выше, чем прямоугольной. Несмотря на то, что предельно допустимая нагрузка по оси *х* намного больше у прямой пластины, предельно допустимая нагрузка по оси *у* в 6,9 раз в прямой пластине меньше, чем в гофрированной пластине.

Исследование показало, что напряженное состояние и грузоподъемность гофрированной пластины на упругом основании во многом зависит от геометрических параметров пластины и от жесткости основания, на которое опирается сама пластина. Данный метод позволяет исследовать влияние параметров пластины, рёбер и характеристик упругого основания на прочность волнистой пластины на упругом основании при изгибе и востребован при расчёте элементов инженерных конструкций[12-14].

**Литература**

1. Кадомцева Е.Э., Моргун Л.В. Учёт влияния отличия модулей упругости на сжатие и растяжение при расчёте на прочность армированных балок с заполнителем из фибропенобетона. // Инженерный вестник Дона, 2013, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655/.

2.Кадомцева Е.Э., Бескопыльный А.Н. Расчёт на прочность армированных балок с заполнителем из бимодульного материала с использованием различных теорий прочности. // Инженерный вестник Дона, 2013, № 4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2125/.

3.Матвеев С.А., Мартынов Е.А., Литвинов Н.Н. Расчёт армированной дорожной одежды как многослойной плиты на упругом основании. // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. Сер.: Механика. 2015. Вып.4(45)c. 72-76.

4.Большаков А.А. Прямоугольная пластина, упруго опертая по контуру // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2011. Вып. 4 (19). URL: vestnik.vgasu.ru

5. Belen’kii D.M., Beskopyl'nyi A.N., Vernezi N.L., Shamraev L.G. New approach to the strength analysis of awelded butt joint. Industrial Laboratory. 1996. V., C. 62. [№ 8](https://clck.yandex.ru/redir/nWO_r1F33ck?data=NnBZTWRhdFZKOHRaTENSMFc4S0VQR21NN2R2S1VvaHZ5S1h4U1k4YmhnUUU0YTZOeHB5VTlOeVQwcUNlWXVacUJsWHVkck40TlJlZ2Jpa2swTURtM3FkQVpIX0cyMjJwQWxzSWRyVUcyX0liX0RBZmw4RzQ2YlZZVldlTjc2YlRQV3hMNWlUWHVEY0RwQjJnT0xWZ3J6bUxWMzVfZjNXeDFQZWd1ak1qSGFR&b64e=2&sign=293797e24f196e32f3eb3e1ec68ca4af&keyno=17). pp. 517-520.

6. Беленький Д.М., Бескопыльный А.Н. Измерение вектора механических свойств материала деталей машин. Вестник машиностроения. 1997. № 8. С. 44.

7.Кадомцева Е.Э., Бескопыльный А.Н., Бердник Я.А. Расчёт на жёсткость пластины, подкреплённой рёбрами, на упругом основании методом Бубнова-Галёркина. Инженерный вестник Дона, 2016, № 3 URL:ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3699/.

8. Филин А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела. Т.1. - М. изд-во” Наука”, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1981. -832 с.

9.Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. –М. Высшая школа 1987. - 576 с.

10. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах. Под общей редакцией Биргер И.А. и Пановко Я.Г. Т.2. - М., изд-во ”Машиностроение”, 1988.- с.464.

11. Мышкис А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы. – М. изд-во “Физматлит”, МАИК «Наука/Интерпериодика», 2007.-687 с.

12. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках: Пер. с англ.-М.: Мир, 1984.-494 с.

13. Shukla S.K. Shallow foundations in geosynthetics and their applications. -Editor Thomas Telford, London. 2002. pp. 123-163  
14. Yin J.H. Comparative modeling study on reinforced beam on elastic foundation. In Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol.126, No.3., pp.265-271.

References

1. KadomcevaE.E., Morgun L.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 2 URL:ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655/.
2. Kadomceva E.E., Beskopyl'nyj A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2125/.
3. Matveev S.A., Martynov E.A., Litvinov N.N. Vestnik Sibirskoj gosudarstvennoj avtomobil'no-dorozhnoj akademii. Ser.: Mehanika. 2015. Vyp.4 (45) 72.76 p.
4. Bol'shakov A.A. Internet.vestnik VolgGASU. Ser.: Politematicheskaja. 2011. Vyp. 4 (19). URL.vestnik.vgasu.ru
5. Belen'kii D.M., Beskopyl'nyi A.N., Vernezi N.L., Shamraev L.G. Industrial Laboratory. 1996. V. 62. [№ 8](https://clck.yandex.ru/redir/nWO_r1F33ck?data=NnBZTWRhdFZKOHRaTENSMFc4S0VQR21NN2R2S1VvaHZ5S1h4U1k4YmhnUUU0YTZOeHB5VTlOeVQwcUNlWXVacUJsWHVkck40TlJlZ2Jpa2swTURtM3FkQVpIX0cyMjJwQWxzSWRyVUcyX0liX0RBZmw4RzQ2YlZZVldlTjc2YlRQV3hMNWlUWHVEY0RwQjJnT0xWZ3J6bUxWMzVfZjNXeDFQZWd1ak1qSGFR&b64e=2&sign=293797e24f196e32f3eb3e1ec68ca4af&keyno=17). pp. 517.520.
6. Belen'kij D.M., Beskopyl'nyj A.N. Vestnik mashinostroenija. 1997. № 8. p. 44.
7. Kadomceva E.Je., Beskopyl'nyj A.N., Berdnik Ja.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, № 3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3699/.
8. Filin A.P. Prikladnaja mehanika tvjordogo deformiruemogo tela. [Applied mechanics of a rigid deformable body.] V.1. M. izd.vo” Nauka”, Gl. red.fiz.mat. literatury, 1981. 832 p.
9. Simvulidi I.A. Raschet inzhenernyh konstrukcij nauprugom osnovanii. [Calculation of engineering structures on an elastic foundation] M. Vysshajashkola. 1987. 576 p.
10. Prochnost', ustojchivost', kolebanija. Spravochnik v trjohtomah. Pod obshhejredakciej Birger I.A. i PanovkoJa.G. [Strength, stability, vibrations. Reference book in three volumes. Under the general editorship Birger IA and PanovkoYa.G.] V.2. M., izd.vo ”Mashinostroenie”, 1988. p.464.
11. Myshkis A.D. Prikladnaja matematika dlja inzhenerov. Special'nye kursy. [Applied mathematics for engineers. Special courses.] M. izd.vo “Fizmatlit”, MAIK «Nauka. Interperiodika», 2007. 687 p.
12. Benerdzhi P., Batterfild R. Metod granichnyhj elementov v prikladnyh naukah.: Per. s ang. [Method of boundary elements in applied sciences: Trans. with eng.]M.: Mir, 1984. 494 p.
13. Shukla S.K. Editor Thomas Telford, London. 2002. pp. 123-163.
14. Yin J.H. In Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol.126, No.3., pp.265-271.