

Диагностика пьезокерамического элемента по активной составляющей проводимости

В.Л. Земляков, С.А. Толмачев

Активная составляющая проводимости пьезокерамического элемента (ПКЭ) $G(\omega)$ является одной из основных частотных характеристик, позволяющих проводить диагностику ПКЭ. Она может быть записана в виде [1]:

$$G(\omega) = \frac{1}{R(1 + \nu^2(\omega)Q_M^2)}, \quad (1)$$

где R – активное сопротивление на частоте механического резонанса ω_p , $\nu(\omega) = \omega/\omega_p - \omega_p/\omega$, Q_M – механическая добротность.

Рассматриваемая частотная характеристика может измеряться в непрерывном режиме, когда на ПКЭ воздействует синусоидальный сигнал с линейно изменяющейся частотой. Визуально наблюдаемая, например, на экране индикатора амплитудно-частотных характеристик, непрерывная функция $G(\omega)$ позволяет качественно оценить свойства ПКЭ.

В последнее время получили распространение измерительно-вычислительные комплексы на базе персонального компьютера, в которых измерение частотной характеристики активной составляющей проводимости проводится в дискретных точках k значений $G(\omega_k)$ с шагом по частоте $\Delta\omega_k$. При таких измерениях важно определить наибольшее значение $\Delta\omega_k$, при котором сохраняется достаточная точность получения результата, реализуется минимально возможный объем измерений и вычислительных операций.

Различные методы определения параметров ПКЭ по частотной характеристике активной составляющей проводимости рассмотрены, например, в [2 – 6].

Предполагая, что в зависимости от цели исследований ПКЭ, значение шага дискретизации может быть различным, рассмотрим определение $\Delta\omega_k$ для трех измерительных задач:

1. Восстановление непрерывной частотной зависимости активной составляющей проводимости по последовательности отсчетов (в соответствии с теоремой В.А. Котельникова) [7, 8];
2. Определение добротности ПКЭ и пьезомодуля материала через интеграл от активной составляющей проводимости (площадь под кривой) [9];
3. Определение добротности ПКЭ и пьезомодуля материала по максимальному значению производной от активной составляющей проводимости [10 – 12].

Для решения первой задачи выполним следующие операции.

Преобразуем $\nu(\omega)$ к виду $\nu(\omega) = 2(\omega_p - \omega) / \omega_p$ и, используя обозначение $\alpha = \omega_p / 2Q_m$, для $G(\omega)$ получим

$$G(\omega) = \frac{\alpha^2}{R} \frac{1}{\alpha^2 + (\omega_p - \omega)^2}. \quad (2)$$

Используя симметрию преобразования Фурье относительно переменных ω и t [7], для максимального шага дискретизации получим $\Delta\omega_m = 2\pi/T_c$, где T_c – длительность сигнала $S(t)$, формирующего спектральную функцию $G(\omega)$.

Преобразование Фурье для функции $G(\omega)$, представленной в виде (2), имеет вид

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2}{R} \frac{e^{j\omega t}}{\alpha^2 + (\omega_p - \omega)^2} d\omega = \frac{\alpha}{R} e^{-\alpha t} \cos \omega_p t.$$

Потребуем выполнения равенства $S(0)/S(T_c) = 100$ [8], тогда

$$\Delta\omega_m = \frac{\omega_p}{2Q_M} \frac{2\pi}{\ln 100}.$$

Учитывая, что $Q_M = \omega_p / \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ – ширина резонансной кривой активной составляющей проводимости на уровне 0,5 от максимального значения, получим, $\Delta\omega_m \approx \Delta\omega / 2$.

Учитывая рекомендацию выбирать $\Delta\omega_k$ в три – четыре раза меньше максимального значения, рекомендуемое число точек N в диапазоне значений, равном ширине резонансной кривой должно быть $N = 10$, или

$$\Delta\omega_k \approx \Delta\omega / 10. \quad (3)$$

Для решения второй задачи определим добротность через интеграл от активной составляющей проводимости.

Для вычисления интеграла $I = \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega$, воспользуемся результатами

работы [9], в которой соотношение (1) представлено в виде

$$G(\omega) = \frac{R}{L^2} \frac{\omega^2}{\omega^4 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC} \right) \omega^2 + \frac{1}{L^2 C^2}}$$

Тогда, используя обозначения

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC} \right), \quad \eta = \frac{1}{LC},$$

запишем

$$I = \frac{R}{2L^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 d\omega}{\omega^4 + 2\mu\omega^2 + \eta^2}$$

После применения теоремы о вычетах получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 d\omega}{\omega^4 + 2\mu\omega^2 + \eta^2} = 2\pi i \frac{-i}{2\sqrt{2(\mu + \eta)}}$$

Подставляя значения μ и η , в итоге получим

$$I = \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \frac{1}{L}. \quad (4)$$

Воспользуемся известной из электротехники связью динамической индуктивности с добротностью. Тогда

$$I = \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_p}{RQ_M}. \quad (5)$$

Для решения третьей задачи воспользуемся тем, что график активной составляющей проводимости имеет точку перегиба, соответствующую частоте максимума производной от активной составляющей проводимости по частоте ω_{\max} , как это сделано в работах [10 – 12]. Выполним дифференцирование выражения (1):

$$\frac{dG(\omega)}{d\omega} = G'(\omega) = \frac{-2Q_M^2 \nu(\omega) \nu'(\omega)}{R((1 + \nu^2(\omega)Q_M^2))^2} = \frac{-2Q_M^2 \nu(\omega)(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2})}{\omega_p R((1 + \nu^2(\omega)Q_M^2))^2}.$$

Выполним некоторые преобразования, опираясь на формулу (1).

Введем обозначение

$$\frac{(\omega - \omega_p)}{(\omega_1 - \omega_p)} = x,$$

где ω_1 соответствует частоте, на которой активная составляющая проводимости равна половине максимального значения.

Определим вторую производную от функции вида $1/(1 + x^2)$ и приравняем ее к нулю. В результате получим

$$\left(\frac{1}{1+x^2}\right)' = \frac{-2+6x^2}{(1+x^2)^3} = 0.$$

Из последнего выражения следует, что $x = 1/\sqrt{3}$, следовательно, получаем

$$\frac{(\omega_{\max} - \omega_p)}{(\omega_1 - \omega_p)} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (6)$$

Значение производной на частоте максимума, с учетом равенства (6), определяется по формуле

$$G'(\omega_{\max}) = \frac{4Q_M^2 \left(\frac{2(\omega_{\max} - \omega_p)}{\omega_p}\right)}{\omega_p R \left(1 + \left(\frac{2(\omega_{\max} - \omega_p)}{\omega_p} Q_M\right)^2\right)^2} =$$

$$= \frac{4Q_M \left(\frac{(\omega_{\max} - \omega_p)}{(\omega_1 - \omega_p)}\right)}{\omega_p R \left(1 + \left(\frac{(\omega_{\max} - \omega_p)}{(\omega_1 - \omega_p)}\right)^2\right)^2} = \frac{1,3 Q_M}{\omega_p R}.$$

В итоге получим

$$Q_M = \frac{0,77 \omega_p G'(\omega_{\max})}{G(\omega_p)} \approx \frac{\pi}{4} \frac{\omega_p G'(\omega_{\max})}{G(\omega_p)}. \quad (7)$$

Для проведения исследования трех рассмотренных измерительных задач с использованием среды программирования Matlab были разработаны соответствующие приложения.

В результате компьютерного эксперимента для эквивалентной электрической схемы ПКЭ с исходной добротностью $Q_{исх} = 100$ были получены результаты, представленные на рис. 1 а, б: рис. 1 а соответствует погрешности определения добротности по формуле (4), а рис. 1 б – определения добротности по формуле (7).

Погрешность определения величины добротности в зависимости от числа точек N в диапазоне значений, равном ширине резонансной кривой активной составляющей проводимости рассчитывалась по формуле

$$\Delta\% = 100\% \frac{|Q_M - Q_{исх}|}{Q_{исх}}.$$

Поскольку при определении добротности путем интегрирования результат зависит от расположения точек измерения, на рис. 1 *а* приведены наибольшие значения погрешности при фиксированном N .

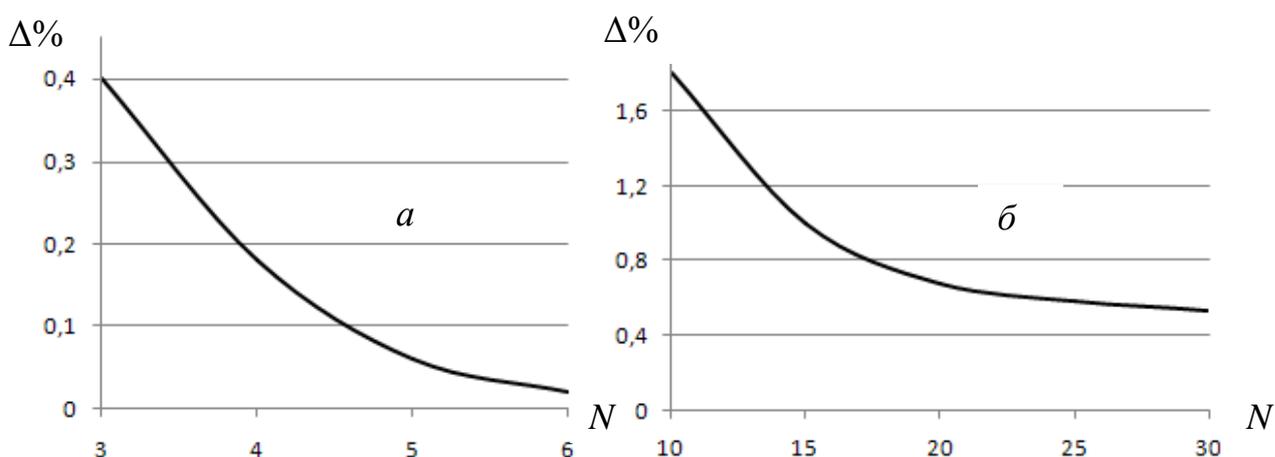


Рис. 1. Зависимость погрешности определения добротности от числа точек в диапазоне значений, равном ширине резонансной кривой

Из представленного материала следует, что, в зависимости от цели исследований ПКЭ, количество точек измерения активной составляющей проводимости (значение шага дискретизации) может быть различным:

- для восстановления непрерывной частотной зависимости активной составляющей проводимости по последовательности отсчетов (в соответствии с теоремой В.А. Котельникова) необходимо иметь шаг дискретизации по частоте соответствующий наличию примерно 10 точек в диапазоне значений, равном ширине резонансной кривой активной составляющей проводимости;

- для определения добротности ПКЭ через интеграл от активной составляющей проводимости (площадь под кривой) необходимое количество точек измерения в том же диапазоне не менее 5 – 6;
- для определения добротности ПКЭ по максимальному значению производной от активной составляющей проводимости количество точек в диапазоне значений, равном ширине резонансной кривой активной составляющей проводимости составляет не менее 15 – 20.

Работа выполнена на оборудовании ЦКП «Высокие технологии» ЮФУ при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы».

Литература:

1. Пьезокерамические преобразователи: Справочник. / Под ред. С.И.Пугачева. Л.: Судостроение, 1984. – 256 с.
2. Акопян В. А., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н. Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерамических материалов. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. 144 с.
3. Земляков В. Л. Методы и средства измерений в пьезоэлектрическом приборостроении: монография. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2009. 180 с. (Пьезоэлектрическое приборостроение. Т. 5).
4. V.L. Zemlyakov Methods for Determination of the Piezoelectric Coefficient of Piezoceramic Materials in Terms of Parameters of an Equivalent Circuit of a Piezoelement // Piezoelectrics and Related Materials: Investigations and Applications. Pub. Date: 2012 2nd Quarter, p. 117-142.
5. Zemlyakov V.V., Zemlyakov V.L. A new approach to measuring the piezomodulus of a piezoceramic material under dynamic conditions // Measurement Techniques. 2002. V. 45. N 4. P. 421.

6. Земляков В. Л. Измерение пьезомодуля по активной составляющей проводимости пьезокерамического элемента // Измерительная техника. 2009. № 8. С. 64–66.
7. Радиотехнические цепи и сигналы. / Под ред. К.А. Самойло. М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.
8. Земляков В. Л. О дискретности записи частотной характеристики проводимости пьезоэлементов // Сборник трудов Междунар. научно-практич. конф. «Актуальные проблемы пьезоэлектрического приборостроения». Ростов н/Д: Изд-во ООО «ЦВВР», 2006. С. 160–162.
9. Патент РФ 1648175 МПК H03H 3/02. Способ определения пьезомодулей / В. Л. Земляков – Оpubл. 28.02.1994. Бюл. № 8.
10. Земляков В. Л., Ключников С. Н. Определение параметров пьезокерамических элементов по амплитудным измерениям // Измерительная техника. 2010. № 3. С. 38–40.
11. Ключников С.Н. Метод определения добротности резонансных систем по амплитудным измерениям и его аппаратная реализация на базе LABVIEW [Электронный ресурс] // Инженерный вестник Дона. 2011. №4. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/521>.
12. Земляков В. Л., Ключников С. Н. Определение пьезомодуля материала пьезокерамического элемента. [Электронный ресурс]. Инженерный вестник Дона. 2012. № 2. – Режим доступа: (<http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/803>)