

Исследование фрактальной размерности наполненных цементных КОМПОЗИТОВ

Ю.А. Макаров, И.П. Терешкин

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет

им. Н. П. Огарёва, г. Саранск

Аннотация: В статье рассматривается возможность определения физико-механических свойств материалов на основе измерения фрактальной размерности его структуры. Показано, что между составом цементного композита и фрактальной размерностью существует определенная зависимость, а, следовательно, аналогичные зависимости могут быть получены для различных физико-механических показателей.

Ключевые слова: Фрактальная размерность, микроструктура, математическое планирование эксперимента, варьируемые факторы, трехкомпонентная система, полиномиальное уравнение, коэффициенты регрессии.

За рамками традиционной геометрии существует ряд математических понятий и методов. Однако ранее к ним не привлекалось внимание, так как изложены они были весьма обобщенно и абстрактно. Одна из таких областей – фрактальная геометрия.

Основателем фрактальной геометрии считают Б.Б.Мандельброта. Ему принадлежит большое количество работ, изучающих геометрию явлений, им впервые было дано определение фрактала [1,2].

С точки зрения математики, фрактал есть множество точек в евклидовом пространстве, обладающее свойством самоподобия. В некотором смысле, фрактал – это структура, части которой подобны целому [3]. В отличие от привычных нам геометрических объектов (например, линий, поверхностей и т.д.), фракталы имеют дробную метрическую размерность, либо их метрическая размерность не равна топологической [4]. Дробная размерность – основное свойство фрактала.

Понятие фрактала не является чисто математическим. Многие природные объекты (побережья морей, облака, кроны деревьев, снежинки и др.) имеют фрактальную форму и обладают свойствами фрактала [2,5].

В физике твердых тел фрактальные закономерности достаточно точно описывают структуру твердых, пористых, губчатых тел и позволяют предсказывать их свойства. В строительстве эти закономерности широко используются при моделировании структуры пористых материалов. Это помогает создавать новые строительные материалы с заданными и необходимыми свойствами.

Теоретически, по макроструктуре материала можно судить о его микроструктуре и свойствах, если определить фрактальную размерность [6].

Авторами статьи проведено исследование, связанное с проверкой влияния состава цементного композита на его фрактальную размерность [7].

Исследование проводилось с использованием методов теории планирования эксперимента в пространстве диаграммы «состав-свойство» с тремя варьируемыми факторами. Задача сводилась к определению коэффициентов регрессии полиномиального уравнения

$$Y = A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_{12}x_1x_2 + A_{13}x_1x_3 + A_{23}x_2x_3 + A_{1-2}x_1x_2(x_1 - x_2) + A_{1-3}x_1x_3(x_1 - x_3) + A_{2-3}x_2x_3(x_2 - x_3) + A_{123}x_1x_2x_3$$

где: x_1, x_2, x_3 – варьируемые факторы;

$A_1, A_2, A_3, A_{12}, A_{13}, A_{23}, A_{1-2}, A_{1-3}, A_{2-3}, A_{123}$ – статистически значимые коэффициенты регрессии.

Варьируемыми факторами являлись:

x_1 – наполнение цеолитом, % от массы цемента (Н/Ц), от 10% до 20%;

x_2 – отношение песок-цемент (П/Ц), от 1/1 до 4/1;

x_3 – водоцементное отношение (В/Ц), от 0,6 до 0,9.

Выбор этих факторов не случаен. Расход самого дорогого компонента раствора и бетона – цемента – зависит от отношений Н/Ц и П/Ц. Чем они больше, тем экономичнее получаемый материал, разумеется, при условии, что свойства конечного продукта не ухудшаются. Также, изменение соотношений Н/Ц и П/Ц в определенных пределах влияет на общую,

открытую и замкнутую пористость материала, а, следовательно, его структуру и свойства [8,9,10].

Целью моделирования являлось получение аналитических зависимостей, описывающих влияние состава цементно-песчаного композита на его фрактальную размерность. Состав композита можно изобразить как равносторонний треугольник (рис.1). Вершины треугольника соответствуют 100% содержанию компонентов x_1 , x_2 , x_3 , а точки поля отражают процент содержания каждого из них.

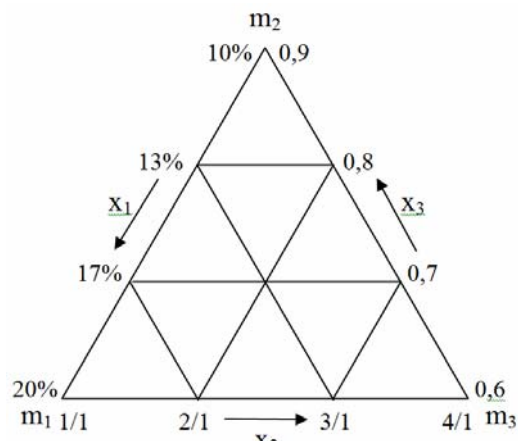


Рис.1. Треугольник состава трехкомпонентной системы

В рамках эксперимента согласно принятому плану изготавливались образцы материала. Их выдерживали в нормальных температурно-влажностных условиях в течение 28 суток. Затем проводили испытания.

Фрактальную размерность определяли следующим образом. Алмазным шлифом делали плоский срез образца, очищали поверхность от пыли струей сжатого воздуха, затем срез помещали под сканер с высоким разрешением. Полученное изображение обрабатывали с помощью ЭВМ с целью дифференцирования элементов структуры материала (рис.2). На преобразованное изображение накладывали сетку, разбитую на множество квадратов N со стороной δ . Подсчитывалось общее число квадратов и число квадратов, затронутых порами материала. Далее уменьшали шаг сетки δ и повторяли операцию несколько раз. С уменьшением шага сетки δ увеличивается количество ячеек, покрывающих систему пор материала (таблица 1).

Таблица 1

Размер стороны ячейки δ , мм	1	0,5	0,25
Число затронутых квадратов, N	80	200	500

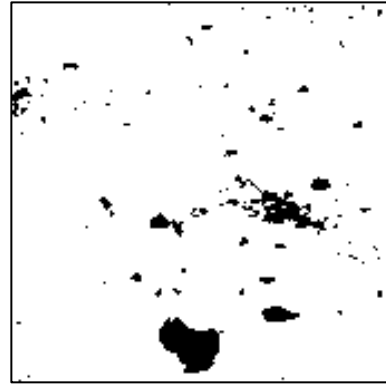
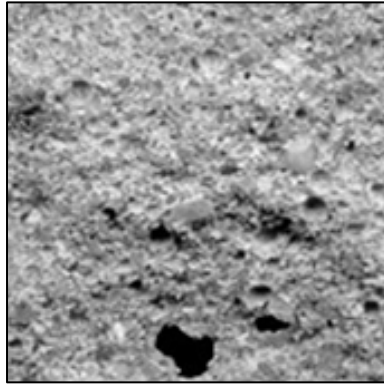


Рис.2. Изображение микроструктуры образца одного из испытываемых составов: слева – сканированное, справа – обработанное на ЭВМ

Полученные таким образом точки, показывающие зависимость числа затронутых квадратов N от размера стороны ячейки δ , выстраиваются в дважды логарифмическом масштабе вдоль прямой линии (рис.3). Угловой коэффициент (т.е. наклон) графика $\ln N(\delta)$ как функции $\ln \delta$ (1):

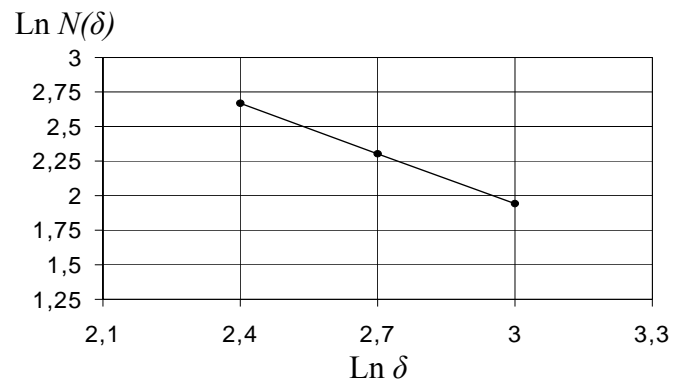


Рис.3. Число ячеек N , необходимых для покрытия системы пор материала как функция шага δ

$$L(\delta) = a\delta^{1-D} \quad (1)$$

связан с фрактальной размерностью D зависимостью: $\operatorname{tg} \alpha = 1 - D$. Таким образом, имеется возможность вычисления фрактальной размерности.

Обработка данных эксперимента позволила вычислить статистически значимые коэффициенты регрессии (таблица 2) и записать уравнение регрессии $Y(D)$ в зависимости от варьируемых факторов x_1, x_2, x_3 (2):

$$Y(D) = 0,708x_1 + 0,936x_2 + 0,770x_3 + 0,063x_1x_2 - 0,095x_1x_3 - 0,270x_2x_3 + 1,161x_1x_2(x_1 - x_2) + 0,275x_1x_3(x_1 - x_3) - 0,441x_2x_3(x_2 - x_3) - 0,410x_1x_2x_3 \quad (2)$$

Таблица 2

Параметр	Статистически значимые коэффициенты регрессии									
	A_1	A_2	A_3	A_{12}	A_{13}	A_{23}	A_{1-2}	A_{1-3}	A_{2-3}	A_{123}
D	0,708	0,936	0,770	0,063	-0,095	-0,270	1,161	0,275	-0,441	-0,410

Решение уравнения регрессии дает возможность вычислить значения фрактальной размерности в основных точках плана и построить график изменения фрактальной размерности в пределах поля эксперимента (рис.4). Матрица планирования и результаты вычислений приведены в таблице 3.

Таблица 3

Варьируемые факторы	№ точки плана									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	1	0	0	1/3	2/3	0	0	2/3	1/3	1/3
X_2	0	1	0	2/3	1/3	1/3	2/3	0	0	1/3
X_3	0	0	1	0	0	2/3	1/3	1/3	2/3	1/3
Фрактальная размерность										
D	2,03	2,55	2,16	2,20	2,42	2,22	2,20	2,07	2,03	2,13

Проведенное исследование показало, что между составом цементного композита и фрактальной размерностью его структуры обнаруживается определенная связь. А так как свойства материала напрямую зависят от его состава, то в перспективе возможно установление зависимостей между фрактальной размерностью и физико-механическими свойствами цементных композитов.

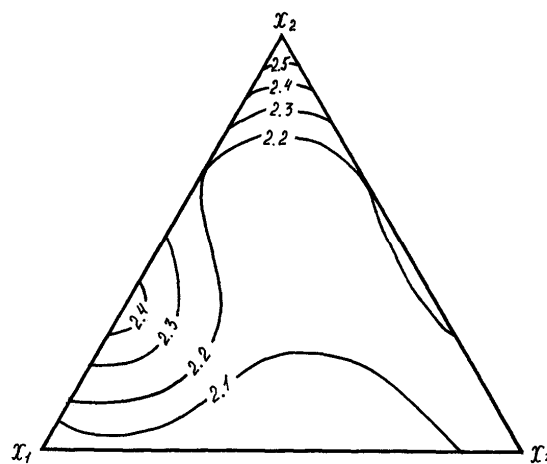


Рис. 4. Изменение фрактальной размерности в поле эксперимента

Наибольший интерес представляют экспериментальные данные о связи фрактальной размерности и прочности, показателей интегральной и дифференциальной пористости, таких, как показатель однородности пор по размерам, средний размер пор и т.д.

Определение таких зависимостей в математическом выражении позволит по изображению структуры материала на макроуровне судить о ряде его физико-механических свойств, что, в свою очередь, приведет к значительному экономическому эффекту при лабораторных испытаниях материала.

Работа выполнена при поддержке НИР по договору №266/17 и Х/Д №212/18

Литература

1. Мандельброт Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. – 392 с.
2. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. New York: W.H. Freeman And Company, 1982. – 468 p.
3. Feder J. Fractals. Springer Science+Business Media, LLC, 1988. – 284 p.
4. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.
5. Peitgen H.-O., Richter P.H. Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems. Berlin etc., Springer-Verlag 1986. 199p.
6. Вайнер М.И. О некоторых характерных чертах структуры однородных пористых сред // Известия АН СССР, Механика, 1965, №5, с.166-168.
7. Макаров Ю.А. Химическое сопротивление бетонополимеров: дисс. ...канд.тех. наук: 05.23.05/Макаров Юрий Алексеевич. – Саранск, 2000. – 211 с.
8. Кожникова Е.А. Оценка влияния водоцементного отношения на прочность бетона с активированным цементом // Инженерный вестник Дона, 2017, №1 URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_131_Kozhnikova.pdf_b538a3eaa3.pdf.
9. Макаров Ю.А., Терешкин И.П. Исследование функции плотности распределения эквивалентных гидравлических радиусов // Инженерный вестник Дона, 2017, №4 URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_154_Makarov.pdf_04cb7bd489.pdf



10. Терешкин И.П. Разработка вяжущих низкой водопотребности для стендовых технологий: дисс. ...канд.тех. наук: 05.23.05 / Терешкин Иван Петрович. – Саранск, 2001. – 244 с.

References

1. Mandelbrot B. Fraktaly i haos. Mnozhestvo Mandelbrota i drugie chudesa [Fractals and Chaos. The Mandelbrot Set and Other Miracles]. Izhevsk: NIC «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», 2009. 392 p.

2. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. New York: W.H. Freeman And Company, 1982. 468 p.

3. Feder J. Fractals. Springer Science+Business Media, LLC, 1988. 284 p.

4. Morozov A.D. Vvedenie v teoriyu fraktalov [Introduction to the theory of fractals]. Moskva-Izhevsk: Institut komputernykh issledovaniy, 2002. 160p.

5. Peitgen H.-O., Richter P.H. Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems. Berlin etc., Springer-Verlag 1986. 199p.

6. Vajner M.I. Izvestiya AN SSSR, *Mechanica*, 1965, №5. pp.166-168.

7. Makarov Y.A. Himicheskoe soprotivlenie betonopolimerov [Chemical Resistance of Concrete Polymers]: Diss. ...Cand. Sciences: 05.23.05. Makarov Yuri Alekseevich. Saransk, 2000. 211 p.

8. Kozhnikova E.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №1. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_131_Kozhnikova.pdf_b538a3eaa3.pdf.

9. Makarov Y.A., Tereshkin I.P. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_154_Makarov.pdf_04cb7bd489.pdf

10. Tereshkin I.P. Razrabotka vyazhushih nizkoy vodopotrebnosti dlya stendovykh tehnologiy [Development of astringent low water requirements for bench technologies]: diss. ...Cand. Sciences: 05.23.05. Tereshkin Ivan Petrovich. Saransk, 2001. 244 p.