

Описание геометрии поверхности аэрофигуры в среде Maple

М.Ф. Мицук, Л.А. Бекмурзаев, М.В. Бырдина, А.А. Мовчун

Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты, Ростовской обл.

Аннотация: В работе выполнено аналитическое описание развертываемой поверхности одного из изделий легкой промышленности – аэродинамической фигуры. Все элементы поверхности проектируются в среде Maple на основе команд пакета с библиотекой 4GL. Для построения 3D графических объектов предложен набор команд, позволяющих аналитически описывать поверхности и пространственные кривые. Элементы развертки аэродинамической фигуры представляют собой конические и цилиндрические развертки со специальным характером их границ. Предлагаемое описание поверхности аэрофигуры позволяет проектировать техническое изделие заданных геометрических размеров по рассчитанной геометрии элементов аэрофигуры. Аннотация на русском языке представляет собой краткое точное изложение содержания статьи, включающее основные фактические сведения и выводы описываемой работы, и рассчитана на самый широкий круг читателей.

Ключевые слова: описание пространственной формы аэрофигуры, пакет Maple 2015, 3D графические объекты конического и цилиндрического типов, 2D развертки.

Моделирование технических объектов, описание формы их поверхностей необходимо во всей практической деятельности человека. Это связано с необходимостью более глубокого изучения реального мира и происходящих в нем процессов [1]. Ускорение технического прогресса в современном мире связано с быстрым развитием информатизации, телекоммуникации и вычислительной техники, что приводит к необходимости автоматизации процесса проектирования и моделирования.

Точное описание поверхности изделий легкой промышленности, а также описание внутренней поверхности изделий с учетом швов необходимо при их проектировании и изготовлении, что вызывает определенную сложность из-за комплексного влияния факторов на формообразование изделия, моделируемого, как тонкая, гибкая нерастяжимая оболочка.

Описание поверхности изделия и геометрического подобия прототипа реальному объекту необходимо для изучения его свойств, его визуализации задолго до создания самого изделия. Формообразование поверхности

изделий реализуется в интегрированных программных средах: Embarcadero RAD Studio, 3ds Max, Maple, MatLAB, MathCad, Mathematica, Simulink, Vissim, Microcap, Autocad, LabVIEW, а также в других компьютерных средах, созданных в отраслевых системах автоматического проектирования и моделирования (технических, строительных, архитектурных, геоинформационных и т.д.). Виртуальные и промышленные компьютерные объекты могут быть использованы для натуральных экспериментов и производственных испытаний.

Пакет Maple 2015 обладает возможностями интерактивной графики и позволяет выполнять визуализацию изделий на основе символьной математики [2]. Maple весьма удобен для пользователей, его язык имеет четкую логику, понятную не только профессиональному программисту. В Maple возможно создавать простые пакеты прикладных программ и встраивать их в комплексную программу. Здесь автоматически выполняется выбор необходимых типов переменных и проверяется корректность выполнения операций, не требуется описания переменных и строгой формализации записи. В системе Maple графические объекты можно представлять не только в статическом виде, но и в виде двумерной или трехмерной анимации. Эту возможность системы можно использовать для отображения процессов, протекающих в режиме реального времени.

Среда Maple использует процедурный язык 4-го поколения (4GL) [1]. Этот язык применяется непосредственно для быстрой разработки математических подпрограмм и пользовательских приложений. Используя систему Maple, можно разработать определенную математическую модель, а затем с ее помощью сгенерировать код на языке C, соответствующий этой модели. Язык 4GL, специально оптимизированный для разработки математических приложений, позволяет сократить процесс разработки, а настроить пользовательский интерфейс помогают элементы Maplets или

документы Maple со встроенными графическими компонентами. Также можно создавать интерактивные документы и презентации, добавляя кнопки, бегунки и другие компоненты, публиковать документы в Интернете и разворачивать интерактивные вычисления в Сети, используя сервер MapleNet.

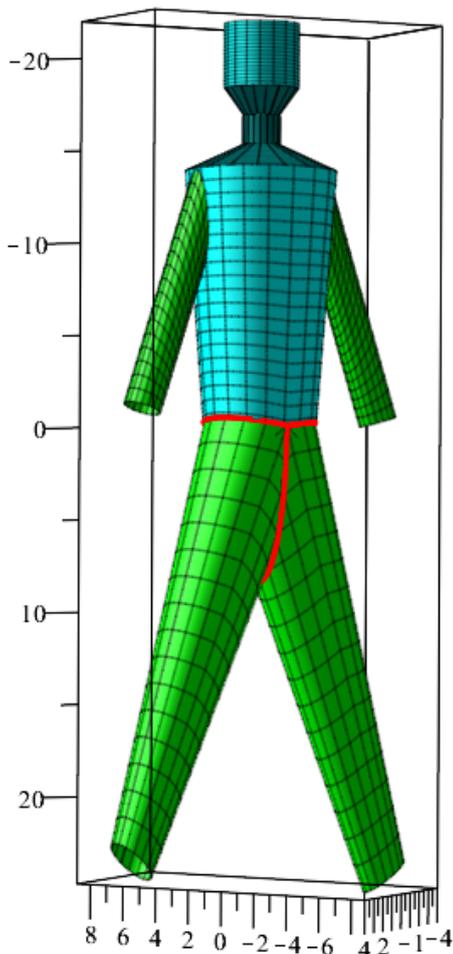


Рисунок 1 – Построение поверхности аэродинамической

Примером моделирования разворачивающейся поверхности в среде Maple 15 является поверхность аэрофигуры [4, 5] (рисунок 1) – это изделие, которое приобретает форму за счет нагнетаемого воздуха в ее ноги, далее воздух движется внутри тела аэрофигуры, создавая внутри давление большее, чем атмосферное, что обеспечивает форму изделия.

На голове аэрофигуры имеется отверстие (выхлоп) несколько меньшего радиуса, чем радиус ноги, что позволяет ей, с одной стороны, «держать форму», а с другой стороны – совершать танцевальные движения.

Воздух свободно истекает через отверстия в голове и в руках аэрофигуры.

Каждый из элементов аэрофигуры является либо конической поверхностью вращения, либо цилиндрической. Поверхности вращения характеризуются наличием линии L , которая образует поверхность при ее вращении вокруг некоторой оси, соответственно линия L называется образующей. Если образующая линия представляет собой прямую или

ломаную, то образуемая поверхность является конической или цилиндрической. Для поверхности вращения каждая точка образующей описывает окружность, плоскость которой перпендикулярна оси вращения.

Поверхности вращения с прямолинейной образующей являются развертываемыми поверхностями, что находит широкое применение при проектировании швейных изделий, поскольку для изделия может быть выполнена его плоская развертка, а затем элементы развертки сшиваются между собой по заданным линиям членения. Такой подход часто применяется при создании системы автоматизированного проектирования текстильных изделий.

«Туловище» аэрофигуры является конической поверхностью, которая сверху ограничена конусом, соединяющим «плечи» аэрофигуры с ее «шеей». Снизу «туловище» аэрофигуры ограничено «ногами», каждая из которых также является круговым конусом. При этом ось симметрии «туловища» совпадает с вертикальной осью, а каждая из осей для «ног» наклонена к вертикальной оси под острым углом (рис. 2). Нижняя граница туловища, отмеченная на рис. 2 красным цветом, не лежит в горизонтальной плоскости, так как она является линией пересечения «туловища» и «ног».

Уравнение поверхности «туловища» аэрофигуры в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^2 + y^2 = p^2 \cdot (z - a)^2, \quad (1)$$

где x, y – декартовы координаты в горизонтальной плоскости,

z – вертикальная координата;

$p = \operatorname{arctg} \alpha$, α – угол между осью вращения конуса и его образующей;

a – величина сдвига в направлении оси OZ.

В работе параметр p принят равным $p = \frac{1}{12}$.

В среде Maple поверхность лучше прорисовывается, если она задана в цилиндрической системе координат

$$r = p \cdot (z - a), \quad (2)$$

здесь r – полярный радиус в горизонтальной плоскости.

Поверхности, представляющие собой «ноги» аэрофигуры, также являются конусами вращения, однако они наклонены к оси аппликат под острым углом β , который задается самим проектировщиком, в работе он принят равным $\beta = 2\pi/5$. Соответственно, для задания наклонных конусов вращения необходимо выполнить преобразование поворота конической поверхности в плоскости XOZ. Формулы для преобразования поворота в плоскости XOZ имеют вид

$$\begin{cases} X = x \cos \beta + z \sin \beta; \\ Y = y; \\ Z = -x \sin \beta + z \cos \beta. \end{cases} \quad (3)$$

В связи с этим аналитическое описание «ног» аэрофигуры в декартовой системе координат неудобно. В цилиндрической системе координат уравнения поверхности, описывающей «левую ногу» аэрофигуры были рассчитаны в форме

$$\begin{cases} X = 3 \cos t \cdot |z/(3p) - 1|; \\ Y = 3 \sin t \cos \beta + z \sin \beta; \\ Z = -3 \sin t \sin \beta \cdot |z/(3p) - 1| + z \cos \beta + 4; \end{cases} \quad (4)$$

Соответственно, для правой «ноги» аэрофигуры были получены зависимости

$$\begin{cases} X = 3 \cos t \cdot |z/(3p) - 1|; \\ Y = 3 \sin t \cos \beta + z \sin \beta; \\ Z = 3 \sin t \sin \beta \cdot |z/(3p) - 1| - z \cos \beta - 4; \end{cases} \quad (5)$$

Кривые, являющиеся границами «туловища» и одновременно «ног» аэрофигуры были получены, линии пересечения поверхностей (2) и (4), (2) и (5) соответственно. Кроме того, поверхности (4) и (5) пересекаются между

собой. Элементы «туловище», «ноги» и линии их пересечения показаны на рис. 2.

Так как поверхности (4) и (5) симметричны относительно вертикальной оси, то кривая их пересечения, выделенная красным цветом, располагается в вертикальной плоскости. Уравнение кривой пересечения поверхностей (4) и (5) имеет вид

$$\begin{cases} X = 3 \cos t + z \sin \beta; \\ Y = 0; \\ Z = \frac{0,85 \cdot 3 \cdot \sin t}{\cos \beta}. \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения границы между элементами аэрофигуры «туловище» и «левой ногой», соответственно «правой ногой» отличаются лишь знаком у координаты Y : знак минус для описания границы с «левой ногой» и знак плюс для границы с правой ногой

$$\begin{cases} X = 3 \cos t; \\ Y = \pm 3 \sin t; \\ Z = 3 \sin t \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}. \end{cases} \quad (7)$$

Поверхности, имитирующие «руки» аэрофигуры, выбраны в форме круговых цилиндров, у которых каждый из краев, граничащий с «туловищем» представляет собой замкнутую пространственную кривую. Уравнения, описывающие цилиндрические поверхности «руки» с учетом преобразований поворота, а также их некоторого отдаления от «туловища» для удобства обзора выбраны в виде

$$\begin{cases} X = \cos t; \\ Y = \pm (\sin t \cdot \sin \beta + z \cos \beta + 13,3); \\ Z = \sin t \cdot \cos \beta - z \sin \beta + 8,7, \end{cases} \quad (8)$$

где $z = 10 \dots 21 - 2,5 \sin t$, $t = 0 \dots 2 \cdot \pi$.

Конусы, соединяющие между собой «туловище» с «шеей» и «шею» с «головой», являются прямыми круговыми и усеченными с осью вращения OZ, их уравнения в цилиндрической системе координат имеют вид (2) при соответствующих значениях параметров p и a .

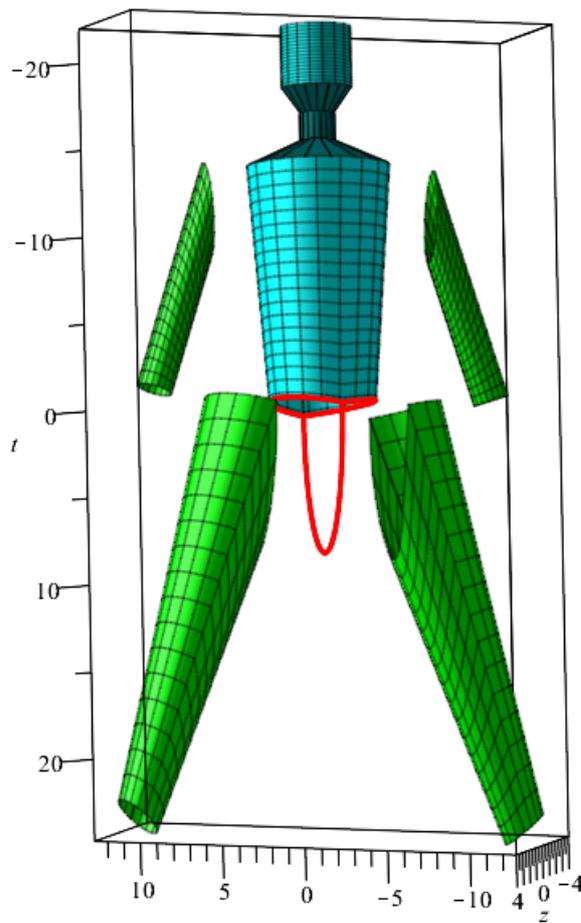


Рис. 2 – Визуализация элементов конструкции

Поверхность аэрофигуры является приближением первого порядка к поверхности тела человека. С точки зрения аэродинамики этот объект имеет ценность, как конструкция, которая не подчиняется законам пневмостатики. Данная конструкция является автоколебательным контуром, форма которого зависит от массы оболочки, моментов инерции ее элементов, мощности генератора воздушного потока. Расчеты для такой конструкции выполняются по нелинейным зависимостям на основе уравнений движения воздушного потока внутри аэрофигуры.

Поверхности «шея» и «голова» задаются в цилиндрической системе координат в виде

$$r = b \quad (9)$$

где b – значение радиуса соответствующей поверхности.

Визуализация фигуры аэромена на основе аналитического описания элементов поверхности [6, 7] позволяет выполнить расчет развертки каждого

элемента аэрофигуры. Расчет формы развертки каждого из элементов аэрофигуры позволит решать задачу оптимизации раскладки элементов развертки, что в свою очередь дает возможность решать задачу ресурсосбережения при проектировании аэрофигуры. Демонстрация рук и ног аэрофигуры, как ее элементов, представлена на рис. 2.

Аналитическое построение элементов аэрофигуры позволяет описать все элементы развертки задолго до создания изделия. Такой подход дает возможность создавать визуализацию прототипа изделия, обсудить его внешний вид и свойства с заказчиком, оперативно реагировать на изменение конъюнктуры рынка. Преимущество поверхностей нулевой гауссовой кривизны [8, 9] заключается в возможности наложения этих поверхностей на плоскость при помощи изгибания, построения их двумерной развертки, что существенно экономит материалы и трудозатраты на их создание.

Разработанное программное обеспечение позволяет визуализировать пространственную форму аэрофигуры [10]. Применение программы при проектировании изделий позволяет минимизировать материальные и трудовые затраты на создание новых моделей одежды за счет создания виртуальных образцов 3D моделей аэрофигур и их двумерных разверток, возможности оперативных изменений в образцах моделей. Визуализацию аэрофигуры можно оперативно менять по желанию клиента, передавать ее по сети интернет, работать с ней в интерактивном режиме. Программа может служить вспомогательным инструментом для проектировщиков швейных изделий.

Литература

1. Официальный сайт Maple. 2018. URL: maplesoft.com
2. Бырдина М.В., Бекмурзаев Л.А., Мицик М.Ф. Трехмерная визуализация швейных изделий в среде EMBARCADERO RAD STUDIO // Фундаментальные исследования. 2017. № 8-1. С. 27-31.

3. Mitsik M.F., Byrdina M.V., Bekmurzaev L.A. Modeling of developable surfaces of three-dimensional geometric objects // EWDTs 2017: pp. 1-4.
4. Фроловский, В.Д. Моделирование поведения ткани на поверхности компьютерного манекена // Известия вузов, технология текстильной промышленности – 2006. – №4. – С.68-71.
5. Patent USA 6186857 B1, Apparatus and method for providing inflated undulating figures, Doron Gazit, Arieh Leon Dranger, Los Angeles, 2001.
6. Раздомахин, Н.Н. Аналитическое описание разверток объемных поверхностей манекена и одежды // Швейная промышленность, 1997. – №6. – С.35.
7. Гончарова Т.В. Алгоритм определения локальных характеристик кривых поверхностей // Инженерный вестник Дона, 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/ /magazine/archive/N2y2017/4167/.
8. Бекмурзаев, Л.А., Бырдина, М.В., Назаренко, Е.В. Исследование и моделирование формообразования тонкой оболочки // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. - № 4 – С. 58-64.
9. Gyurkovics, E. Periodica Mathematica Hungarica (2000) 40: 77. URL: doi.org/10.1023/A:1004846622180.
10. Ключева А.Р. Исследование и оценка состояния технических объектов на основе компьютерного моделирования // Инженерный вестник Дона. 2018. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5344.
11. H. Gao, X. Wang. Simulation research on extension adaptive control of inverted pendulum / Intelligent Control and Automation Fifth World Congress, Volume 1, pp: 437 – 439, 15-19 June 2004.

References

1. Oficial'ny`j sajt Maple. 2018. URL: maplesoft.com



2. By`rdina M.V., Bekmurzaev L.A., Micik M.F. Fundamental`ny`e issledovaniya, 2017. № 8-1. pp. 27-31.
3. Mitsik M.F., Byrdina M.V., Bekmurzaev L.A. EWDTs 2017: pp. 1-4.
4. Frolovskij, V.D. Izvestiya vuzov, texnologiya tekstil`noj promy`shlennosti, 2006. №4 pp. 68-71.
5. Patent USA 6186857 B1, Apparatus and method for providing inflated undulating figures, Doron Gazit, Arieh Leon Dranger, Los Angeles, 2001.
6. Razdomaxin, N.N. Shvejnaya promy`shlennost`, 1997. №6. p.35.
7. Goncharova T.V. Inženernyj vestnik Dona, 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4167.
8. Bekmurzaev, L.A., By`rdina, M.V., Nazarenko, E.V. Nauchno-texnicheskij vestnik Povolzh`ya, 2014. № 4. pp. 58-64.
9. Gyurkovics, E. Periodica Mathematica Hungarica (2000) 40: 77. URL: doi.org/10.1023/A:1004846622180.
10. Klyueva A.R. Inženernyj vestnik Dona, 2018. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5344.
11. H. Gao, X. Wang. Intelligent Control and Automation Fifth World Congress, Volume 1, pp: 437 – 439, 15-19 June 2004.