

Особенности деформационного расчета трехслойных железобетонных плитных конструкций

Д.Р. Маилян¹, З.А. Меретуков², А.В. Беляев¹, Р.Г. Умаров¹

¹Донской государственный технический университет

²Майкопский государственный технологический университет

Аннотация: В статье представлены предложения по расчету трехслойных железобетонных плитных конструкций, крайние слои которых выполнены из тяжелого бетона, средний – из облегченного керамзитобетона. Опытные элементы были рассчитаны по составленной программе итерационного расчета, которая учитывает диаграмму деформирования бетона в явном виде. В программе расчета нашла отражение методика, позволяющая определять действительное распределение деформаций в сечениях с трещиной и на участках между ними. Результаты расчета опытных образцов свидетельствуют о близкой сходимости теоретических значений разрушающих моментов, прогибов, деформаций крайних волокон, усилий трещинообразования с непосредственно зарегистрированными в экспериментальных исследованиях.

Ключевые слова: бетон, железобетон, керамзитобетон, арматура, трехслойная плита, предварительное напряжение, методы расчета, деформации, напряжения, прогибы.

Трехслойные железобетонные плитные конструкции, включающие в себя крайние слои из тяжелого бетона и средний из облегченного керамзитобетона, имеют ряд преимуществ. Они заключаются в снижении массы конструкций и соответственно уменьшению нагрузки на фундамент и основание [1-3].

Представляло интерес усовершенствовать деформационные расчеты изгибаемых железобетонных элементов и распространить их на трехслойные конструкции с преднапряженной арматурой [4-6].

С этой целью сперва необходимо определить напряженно-деформированное состояние трехслойных конструкций, с преднапряженной арматурой в доэксплуатационной стадии.

При воздействии усилий предварительного напряжения, уравнения равновесия в общем виде могут быть представлены следующими интегральными выражениями:

$$b \int_{\bar{x}_{02} + \bar{y}_{02} - h_3 - h_2}^{\bar{x}_{02}} \sigma_{bt1}(x) dx + b \int_{\bar{x}}^{\bar{x}_{02} - h_1} \sigma_{bt2}(x) dx + A'_s \sigma'_s - \\ - \int_0^{\bar{y}_{02} - h_3} \sigma_{b3}(y) dy - b \int_{\bar{y} - h_3}^{\bar{y}_{02}} \sigma_{b2}(y) dy + A_s \sigma_s = 0$$

(1)

$$M = b \int_{\bar{x}_{02} + \bar{y}_{02} - h_3 - h_2}^{\bar{x}_{02}} \sigma_{bt1}(x)(h - h_3 - h_2 + x) dx + b \int_{\bar{x}_{02}}^{\bar{x}_{02} - h_1} \sigma_{bt2}(x)(h - \\ - \bar{x}_{02} + x) dx + b \int_0^{\bar{y}_{02} - h_3} \sigma_{b3}(y) \cdot (\bar{y}_{02} - y) dy + b \int_{\bar{y}_{02} - h_3}^{\bar{y}_{02}} \sigma_{b2}(y)(\bar{y}_{02} - h_3 + \\ + y) dy + A_s \sigma_s \alpha - A'_s \sigma'_s (h - \alpha') = 0$$

(2)

Воспользовавшись гипотезой плоских сечений, составим дополнительные уравнения:

$$\bar{x}_{02} = p - \bar{x}_{02} \gg 0 \quad \frac{\bar{\varepsilon}_b(x)}{\bar{x}_{02}} - \frac{\bar{\varepsilon}_{bt}(y)}{\bar{y}_{02}} = const$$

(3)

или

$$\varepsilon_b = \frac{\bar{\varepsilon}_b \bar{x}_{02}}{\bar{x}_{02}} \varepsilon_{bt} = \frac{\bar{\varepsilon}_{bt} \bar{y}_{02}}{\bar{y}_{02}}$$

(4)

где $\bar{\varepsilon}_{b(bt)}$ – деформации крайнего сжатого (растянутого) волокна бетона; \bar{x}_{02} и \bar{y}_{02} – текущие значения высоты, сжатой и растянутой зон сечения.

Расчет на усиление предварительного напряжения начинается с вычисления системы нелинейных уравнений (1)...(4) ньютоновским методом, по исходным, не измененным диаграммам деформирования бетона, то есть при расчете соблюдаются следующие условия ($K_R = 1$; $K_{Rb} = 1$; $\gamma_{Rb} = 1$; $\gamma_{\varepsilon b} = 1$). В результате получили значения следующих характеристик $\bar{x}_{02}, \bar{y}_{02}, \varepsilon_b, \varepsilon_{bt}$.

Далее производится трансформация диаграмм деформирования бетона. Акцент делается на градиент деформаций и напряжений. Это первая трансформация, и выполняется она по методикам [7,8]. Трансформированная диаграмма подходит для всех элементов. Учитывая новую измененную диаграмму деформирования бетона, система уравнений рассчитывается снова. Один из результатов решения систем уравнений – это получение эпюры на-

пряжений в бетоне конструкций, что позволяет определить напряженно-деформированное состояние всех волокон бетона по сечению от предварительного напряжения $\eta_{x_{02}i} = \sigma_{bx_{02}i}/R_b$ и $\eta_{y_{02}i} = \sigma_{by_{02}i}/R_{bt}$. Затем производится вторая трансформация диаграммы деформирования бетона. Это происходит благодаря полученным в работе [5] коэффициентам γ_{Rb} и γ_{Rbt} , которые учитывают влияние предварительного напряжения. Новая зависимость для отдельных слоев и волокон бетона различная.

После второй трансформации диаграммы деформирования бетона система уравнений рассчитывается заново (1)...(4) и, как следствие расчетов, производится коррекция эпюры напряжений в бетоне. Далее цикличность расчета повторяется. Она выглядит следующим образом. Во-первых, строится диаграмма деформирования бетона, учитывая градиенты деформации эпюры напряжения в бетоне. Во-вторых, на основании изменившейся диаграммы производится заново расчет системы уравнений. В-третьих, с учетом результатов расчета второго шага, строится новая эпюра напряжений бетона. В-четвертых, диаграмма деформирования бетона изменяется с учетом новой эпюры напряжения бетона, которая была получена в третьем шаге. Эта диаграмма деформирования уже отображает зависимость от предварительного напряжения. И последний шаг: проверяется условие $(\bar{\varepsilon}_{bj} - \bar{\varepsilon}_{b(j-1)})/\bar{\varepsilon}_{bj} \ll \alpha$. Если условие не соблюдается, расчет выполняется заново, и так повторяется, пока оно не будет соблюдено.

После определения окончательной эпюры напряжений в бетоне, вызванной усилиями предварительного напряжения, вычисляются кривизна от неравномерного обжатия сечений $\alpha_p = (\bar{\varepsilon}_b + \bar{\varepsilon}_{bt})/h$ и по ней соответствующий выгиб.

Для изгибаемых железобетонных элементов критерием разрушения можно считать достижение максимальных моментов (M_{max}) на диаграмме

«момент - прогиб». Критерием образования нормальных трещин в сечении удобно считать достижение на наиболее растянутой грани сечения предельных деформаций, максимально возможных для рассматриваемого элемента. Такой подход определения наличия трещин в сечении и усилий, при которых трещины образуются, позволяет учесть такие варьируемые факторы, как вид и класс бетона, внутреннее армирование, уровень напряжения арматуры и др., иными словами, учитывается нисходящая ветвь диаграммы растяжения бетона.

Перед началом расчета условно конструкция разделяется на $i_{\text{пр}}$ участков. Далее от усилий преднапряжения на этих участках определяется напряженно-деформированное состояние, вычисляются моменты M_{1i} от единичных сил.

Задается начальное значение внешнего усилия $M_k = M_l$, заведомо меньшее $M_{\text{срс}}$. При моменте M_l выполняется статический расчет системы уравнений для случая отсутствия трещин в сечении, составленный на основании диаграммы деформирования материалов « $\sigma - \varepsilon$ ». При этом каждый цикл расчета заканчивается проверкой условия $dM_{bt}/d\varepsilon_{bt} = 0$, удовлетворение которого говорит о том, что в сечении образовалась трещина. В обратном случае трещин в сечении нет и расчет переходит к вычислению кривизны и прогибу:

$$\alpha_{1i} = \bar{\varepsilon}_{b1i}/\bar{\chi} \quad f = \sum_{i=1}^{i_{\text{пр}}} \alpha_{1i} M_{1i} l/i_{\text{пр}} \quad (5),$$

где M_{1i} ордината эпюры моментов от единичной силы.

Далее производится проверка условия сходимости для среднего участка элемента:

$$(f_{1in} - f_{1i(n-1)})/f_{1in} \ll \alpha \quad (6),$$

где n - номер итерации, α - критерий сходимости. В проведенных вычислениях принималось $\alpha = 0,001$.

При выполнении условия сходимости производится расчет при усилии $M_k = M_2 = M_1 + \Delta M$ и т.д.

Достижение экстремума зависимости « $M - \varepsilon$ » на практике выражается в том, что система уравнений статики не имеет решения в явном виде. В этом случае методом половинного деления определяется максимально возможное значение M_{max} , при котором уравнения статики имеют решение, после чего расчет завершается.

Метод половинного деления используется и при уточнении усилий трещинообразования (в случае выполнения условия $dN_{bt}/d\varepsilon_{bt} = 0$), однако при этом, выполнив расчет элемента, при условии отсутствия трещин в растянутой зоне, следует переходить к аналогичному расчету, но с учетом образования трещин в сечении.

Расчет элемента с трещинами в растянутой зоне начинается с выбора значения начального момента сил M_k , который принимается большим, чем момент трещинообразования. Далее выполняется расчет системы уравнений статики участков элемента, где образовались трещины в растянутой зоне. Считается, что в изгибаемом элементе появилась только одна трещина по длине элемента в самом слабом или наиболее наружном сечении. Затем расчет переходит к определению высоты трещины, при этом такие величины, как высота растянутой зоны \bar{y}_k и относительная деформация бетона на растяжение наиболее растянутой зоны $\bar{\varepsilon}_{bt,k}$, берутся из предыдущего расчета элемента без трещин в сечении при моменте M_k . Рассчитанное значение высоты сечения трещины $h_{crс,k}$ используется при новом цикле статического расчета для элемента с трещиной.

При решении уравнений статики получаем новые значения $\bar{y}_k, \bar{\varepsilon}_{bt,k}$ и, следовательно, $h_{crc,k}$. Таким образом, определение параметров напряженно-го состояния сечения с трещиной сводится к итерационному расчету и последовательным приближениям получаемых значений $h_{crc,k}$ к фактическому. Итерационный расчет заканчивается при выполнении условия сходимости по h_{crc} .

Если система уравнений статики не имеет решения в явном виде, то элемент следует считать разрушившимся. Как и при расчете элемента без трещин, производится уточнение разрушающего момента M .

По результатам расчетов получено напряженно-деформированное состояние каждого участка. В сечениях, где трещины не образовались, расчет производится как для элементов без трещин. Далее вычисляется длина активного сцепления арматуры и бетона для каждого участка и выполняется проверка условия $l_{aki} > \frac{l}{i_{np}} |i_{crc} - i|$, где, i_{crc} - номер участка с трещиной. Если условие выполняется, рассматриваемый участок находится в зоне активного сцепления. В этом случае для всех участков, расположенных в зонах активного сцепления, по формулам (7) и (8) определяются значения h_{gi} и деформаций бетона на уровне растянутой арматуры $\varepsilon_{bt,i}$.

$$h_g = h_{crc} \left(1 - \frac{l_{ai}}{l_a}\right)^3 \quad (7)$$

$$\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt,u} \frac{l_{ai}}{l_a} \left(2 - \frac{l_{ai}}{l_a}\right) \quad (8)$$

Затем выполняется статический расчет системы уравнений сечений, где выявлена зона активного сцепления. Расчет выполняется с учетом нелинейных деформаций растянутой зоны бетона. Ниже представлена система уравнений статики для расчета сечения, находящегося в области активного сцепления.

$$b \int_{\bar{x}+\bar{y}-h_3-h_2}^{\bar{x}} \sigma_{b1}(x) dx + b \int_{\bar{x}}^{\bar{x}-h_1} \sigma_{b2}(x) dx + A'_s \sigma'_s - b \int_0^{\bar{y}-h_g} \sigma_{bt3}(y) dy - b \int_{\bar{y}-h_g}^{\bar{y}} \sigma_{bt2}(y) dy + A_s \sigma_s = 0 \quad (9)$$

$$M = b \int_{\bar{x}+\bar{y}-h_3-h_2}^{\bar{x}} \sigma_{b1}(x)(h-h_3-h_2+x) dx + b \int_{\bar{x}}^{\bar{x}-h_1} \sigma_{b2}(x)(h-\bar{x}+x) dx + b \int_0^{\bar{y}-h_g} \sigma_{bt3}(y) \cdot (\bar{y}-y) dy + b \int_{\bar{y}-h_g}^{\bar{y}} \sigma_{bt2}(y) \cdot (\bar{y}-h_3+y) dy + A_s \sigma_s \alpha - A'_s \sigma'_s (h-\alpha') = 0 \quad (10)$$

где значения $\varepsilon_{bt}(h_g)$ вычисляются при помощи выражения

$$\varepsilon_{bt}(h_g) = \bar{\varepsilon}_{bt}(y) + \frac{\varepsilon_{bt} - \bar{\varepsilon}_{bt}(y)}{h_g - \alpha} h_g \gg 0 \quad (11)$$

Остальные уравнения в системе аналогичны выражениям (1)...(4). Для всех сечений без трещин проверяется условие достижения экстремума функции « $M_{bt} - \varepsilon_{bt}$ ». Если это условие выполняется, то новых трещин в растянутой зоне элемента нет. В данном случае следует значения прогибов и кривизн определять заново (по формуле (5)). Затем выполняется проверка сходимости итерационного расчета по прогибам элемента. При невыполнении этого условия осуществляется уточнение прогиба. После удовлетворения условия сходимости по прогибам производится расчет при новом значении M_k .

Если условия выполняются, производится уточнение усилия образования новых трещин – задается новое, меньше предыдущего внешнего усилия $M_k = (M_{k-1} - M_{k-2})/2$, которое сравнивается с предыдущим значением M_{k-1} . Если указанные усилия не сходятся, то расчет выполняем при новом значении M_k , в противном случае расчет повторяется, но уже при значении M_k , вычисленном по последнему значению прогиба.

Опытные элементы были рассчитаны по составленной программе итерационного расчета. В отличие от программы расчета по деформированной схеме, основанной на прямоугольной эпюре напряжений в сжатой зоне бето-

на, разработанная программа учитывает диаграмму деформирования бетона в явном виде [9,10]. Кроме того, в программе расчета нашла отражение методика, позволяющая определять действительное распределение деформаций в сечениях с трещиной и на участках между ними.

Результаты расчета опытных образцов свидетельствуют о близкой схожести теоретических значений разрушающих моментов, прогибов, деформаций крайних волокон, усилий трещинообразования с непосредственно зарегистрированными в экспериментальных исследованиях. Сопоставление результатов расчета с учетом полной диаграммы деформирования бетона, депланаций сечений и расчета по деформированной схеме показало значительно лучшую сходимость, чем при других методах расчета.

Литература

1. Беляев А.В. К расчету трехслойных железобетонных плит перекрытий // Инженерный вестник Дона, 2015, №1-2. URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2815.
2. Горин В.М., Токарева С.А., Кабанова М.К., Кривопапов А.М., Вытчиков Ю.С. Перспективы применения керамзитобетона на современном этапе жилищного строительства // Строительные материалы, 2004, №12. URL: elibrary.ru/item.asp?id=9558589.
3. Король Е.А., Пугач Е.М., Харькин, Ю.А. Влияние технологических факторов на формирование связи слоев многослойных ограждающих конструкций // Вестник МГСУ, 2014, № 3. URL:elibrary.ru/item.asp?id=21336824.
4. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 413 с.
5. Маилян, Д.Р., Ахмед Аббут, Ганди Джахажах. Метод расчета сжатых железобетонных элементов с учетом трансформированных диа-

- грамм деформирования бетона при различных воздействиях. – Монография. – 2008. – 67 с.
6. Хуранов, В.Х. Железобетонные предварительно напряженные плиты покрытий «равного» сопротивления // Сборник докладов Международной конференции «Строительство – 2003». – Ростов н/Д: РГСУ, 2003. – С. 64–65.
 7. Belyaev A.V., Nesvetaev G.V., Mailyan D.R. Calculation of three-layer bent reinforced concrete elements considering fully transformed concrete deformation diagrams // MATEC Web Conf. International Science Conference SPb WOSCE–2016 “SMART City”. – 2017. – Vol. 106. – Pp. 1–6.
 8. Dilger, W.H., Suru, K.M. Steel stresses in partially prestressed concrete members // Journal of Prestressed Concrete Institute. – 1986. – Vol. 31. – № 3. – Pp. 88–112.
 9. Мкртчян А.М., Аксенов В.Н. Аналитическое описание диаграммы деформирования высокопрочных бетонов // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818
 10. Okamura, H., Ouchi, M. Self-Compacting Concrete // Journal of Advanced Concrete Technology. – 2003. – № 1. – Pp. 5–15.

References

1. Belyayev A.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №1-2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2815.
 2. Gorin V.M., Tokareva S.A., Kabanova M.K., Krivopalov A.M., Vytchikov YU.S. Stroitel'nyye materialy, 2004, №12. URL: elibrary.ru/item.asp?id=9558589.
 3. Korol' E.A., Pugach E.M., Khar'kin YU.A. Vestnik MGSU, 2014, № 3. URL: elibrary.ru/item.asp?id=21336824.
 4. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona. [General models of reinforced concrete mechanics]. M.: Stroyizdat, 1996. 413 p.
-



5. Mailyan, D.R., Akhmed Abbut, Gandi Dzhakhzhakh. Metod rascheta szhatykh zhelezobetonnykh elementov s uchetom transformirovannykh diagramm deformirovaniya betona pri razlichnykh vozdeystviyakh. [Method for calculating compressed reinforced concrete elements taking into account the transformed diagrams of concrete deformation under various influences]. Monografiya. 2008. 67 p.
6. Khuranov, V.KH. Sbornik dokladov Mezhdunarodnoy konferentsii «Stroitel'stvo - 2003». Rostov n/D: RGSU, 2003. pp. 64–65.
7. Belyaev A.V., Nesvetaev G.V., Mailyan D.R. MATEC Web Conf. International Science Conference SPb WOSCE–2016 “SMART City”. 2017. Vol. 106. Pp. 1–6.
8. Dilger, W.H., Suru, K.M. Journal of Prestressed Concrete Institute. 1986. Vol. 31. № 3. Pp. 88–112.
9. Mkrtchyan A.M., Aksenov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818.
10. Okamura, H., Ouchi, M. Journal of Advanced Concrete Technology. 2003. № 1. pp. 5–15.