

Имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink

А.В. Сидорова, П.И. Степин, В.Н. Сидоров

Калужский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «МГТУ им. Н.Э. Баумана»

Аннотация: Приведены результаты исследования колебаний центра масс автомобиля УАЗ "Hunter" при движении его по опорной поверхности с различной высотой дорожных неровностей: асфальто-бетонному покрытию и по бездорожью. При исследовании применено имитационное моделирование с помощью программы Simulink.

Ключевые слова: колебания центра масс, транспортное средство, имитационное моделирование, программа Simulink

Введение

Исследование колебания центра масс колесной машины при движении ее по опорной поверхности с различной высотой дорожных неровностей остается в настоящее время актуальной [1]. Широкое применение получило имитационное моделирование с помощью программы Simulink [2]. В статье в качестве примера рассмотрено имитационное моделирование прямолинейного движения автомобиля УАЗ "Hunter" по асфальто-бетонному покрытию и по бездорожью.

Цель исследования – провести имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink.

Материалы и методы

Для двухосного автомобиля с неразрезным мостом (на примере автомобиля УАЗ "Hunter") получена система из трех дифференциальных уравнений: уравнения поступательного движения массы $m_{\text{цм}}$ автомобиля относительно вертикальной оси Z и двух уравнений вращательного движения относительно продольной X и поперечной Y осей и дополнительных двух дифференциальных уравнений – для вертикальных колебаний центра массы моста и для угловых

колебаний относительно поперечной оси моста X_{most} , проходящей через центр масс моста (1). Расчетная схема автомобиля представлена на рис. 1.

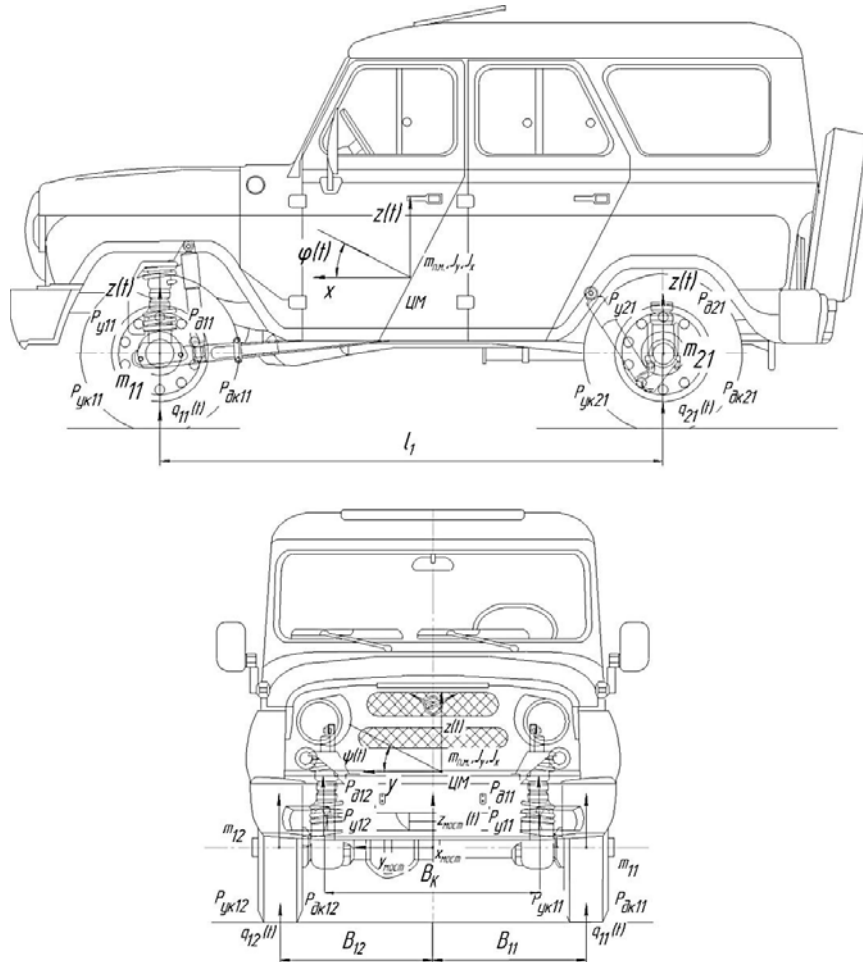


Рис. 1. – Расчетная схема автомобиля

ЦМ — центр масс КМ; $z(t)$ — вертикальная координата центра масс корпуса;
 $m_{н.м}$ — подрессоренная масса корпуса КМ; φ , ψ — углы дифферента и крена корпуса КМ; J_Y — момент инерции корпуса КМ относительно поперечной оси, проходящей через центр масс; J_X — момент инерции корпуса КМ относительно продольной оси, проходящей через центр масс; P_{ynij} — сила в i -м упругом элементе j -го борта; P_{dnij} — сила в i -м демпфирующем элементе j -го борта; $P_{y.kij}$ — упругая сила в i -м колесе j -го борта; $P_{d.kij}$ — демпфирующая сила в i -м колесе j -го борта; z_{ij} — вертикальная координата центра i -го колеса j -го борта; m_{ij} — масса i -го колеса j -го борта; B_{ij} — поперечная координата i -й подвески j -го борта относительно центра масс КМ; l_{ij} — продольная координата относительно центра масс i -го узла подвески на j -м борту; q_{ij} — высота неровности опорного основания под i -м колесом j -го борта, X_{most} , Y_{most} , Z_{most} — система координат, связанная с центром масс балки моста; B_l — рессорная колея; B_k — колесная колея.

При расчетах принято допущение [3, 4], что вертикальная нагрузка от демпфирующего элемента заднего моста автомобиля УАЗ "Hunter" совпадает с линией действия силы от упругого элемента.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\text{п.м}} \cdot \ddot{z} = P_{11} + P_{12} + P_{21} + P_{22} - m_{\text{п.м}} \cdot g \\ J_Y \cdot \ddot{\phi} = P_{11} \cdot \frac{L_1}{2} + P_{12} \cdot \frac{L_1}{2} - P_{21} \cdot \frac{L_2}{2} - P_{22} \cdot \frac{L_2}{2} \\ J_X \cdot \ddot{\psi} = P_{11} \cdot \frac{B}{2} - P_{12} \cdot \frac{B}{2} + P_{21} \cdot \frac{B}{2} - P_{22} \cdot \frac{B}{2} \\ m_{\text{мост}} \cdot \ddot{z} = F_{k11} + F_{k12} - F_{k21} - F_{k22} - m_{\text{мост}} \cdot g \\ J_{\text{мост}} \cdot \ddot{\psi} = F_{k11} \cdot \frac{B}{2} - F_{k12} \cdot \frac{B}{2} - F_{k21} \cdot \frac{B_1}{2} + F_{k22} \cdot \frac{B_1}{2} \end{array} \right. \quad (1)$$

где P_{ij} – сила в i -ой подвеске j -го борта; $m_{\text{п.м}}$ – подрессоренная масса автомобиля; $M_{\text{мост}}$ – масса i -го моста; $J_{\text{мост}}$ – момент инерции автомобиля относительно оси X ; $J_{\text{мост}}$ – момент инерции автомобиля относительно оси Y ; $J_{\text{мост}}$ – момент инерции моста относительно оси $X_{\text{мост}}$; B_1 – рессорная колея; B_k – колесная колея; F_{ij} , $F_{i(j+1)}$ – сила в i -ой подвеске j -го и $(j+1)$ -го борта соответственно; F_{kij} , $F_{ki(j+1)}$ – сила в i -м колесе j -го и $(j+1)$ -го борта соответственно.

Результаты исследований

Для решения данной системы воспользуемся имитационным моделированием с помощью программы на языке программирования высокого уровня Simulink [5]. Систему уравнений (1), описывающих поведение подвески при движении колесной машины можно представить в виде следующих схем (рис. 2).

Сила в подвеске F_{ij} зависит от относительных прогиба h_{ij} и скорости прогиба \dot{h}_{ij} и состоит из суммы сил в упругом и демпфирующем элементе [6]:

$$F_{ij} = P_{\text{упт}ij}(h_{ij}) + P_{\text{дмп}ij}(\dot{h}_{ij}) \quad (2)$$

где $P_{\text{упт}ij}(h_{ij})$ — сила в i -м упругом элементе j -го борта; $P_{\text{дмп}ij}(\dot{h}_{ij})$ — сила в i -м демпфирующем элементе j -го борта.

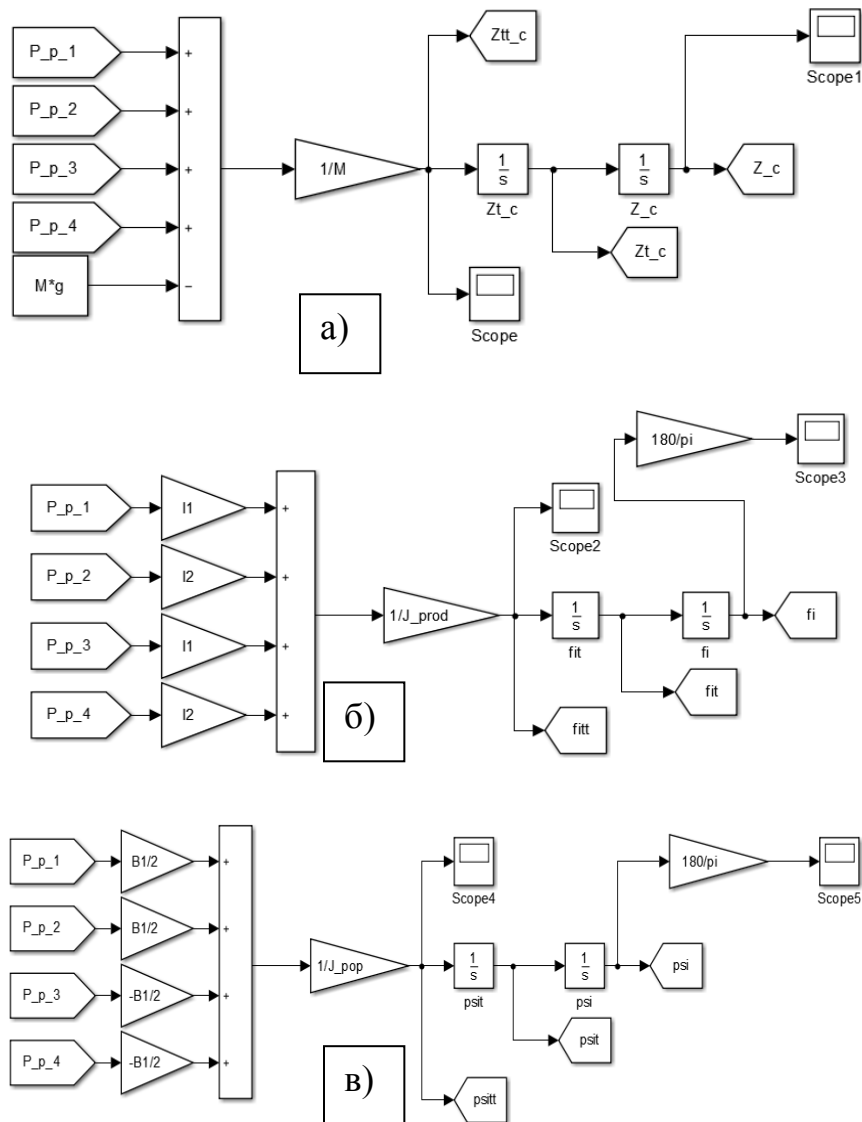


Рис. 2 – Представление первых трех уравнений системы (1) при имитационном моделировании с помощью программы Simulink:

- а) уравнения поступательного движения относительно оси Z; б) уравнение вращательного движения относительно оси Y; в) уравнений вращательного движения относительно оси X

Относительные прогиб и скорость прогиба подвески определяем по формулам:

$$h_{1j} = Z_{most} + \frac{B_1}{2} \psi_{most} - l_{1j} \varphi - \frac{B_1}{2} \psi + h_{1jmax} - z(t) \quad (3)$$

$$\dot{h}_{1j} = \dot{Z}_{most} + \frac{B}{2} \dot{\psi}_{most} - l_j \dot{\varphi} - \frac{B}{2} \dot{\psi} - \dot{z}(t) \quad (4)$$

где h_{ijmax} — максимальный прогиб подвески; $z(t)$ — вертикальная координата центра масс корпуса КМ.

Представим формулы (3) и (4) при имитационном моделировании с помощью программы Simulink (рис. 3), уравнение (2) на рис. 4 в виде следующих схем и блоков.

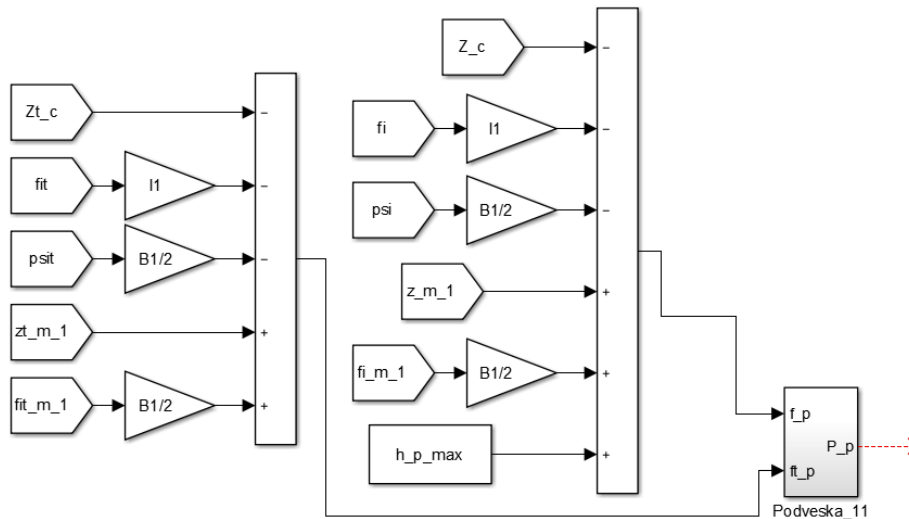


Рис. 3 – Представление уравнений (3) и (4) при имитационном моделировании с помощью программы Simulink

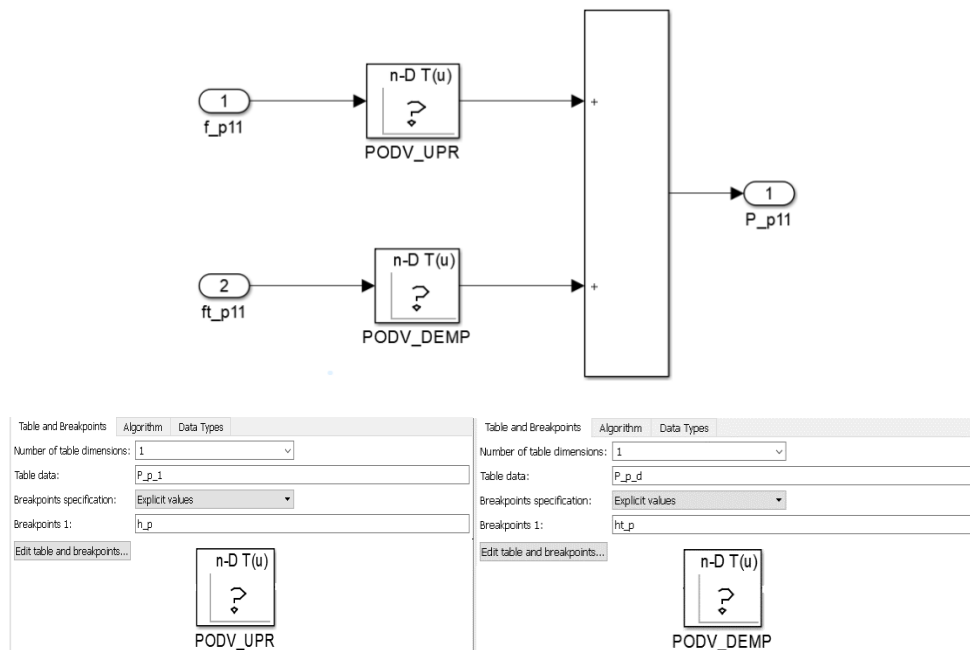


Рис. 4 – Блок подвеска с упругой и демпфирующей характеристиками

Таким образом, на выходе блока Podveska_11 мы получим значение для P_{p11} (рис.4). Допустим, что колесо с дорогой имеет точечный контакт и деформируется в радиальном направлении по нормали к опорной поверхности (рис. 5).

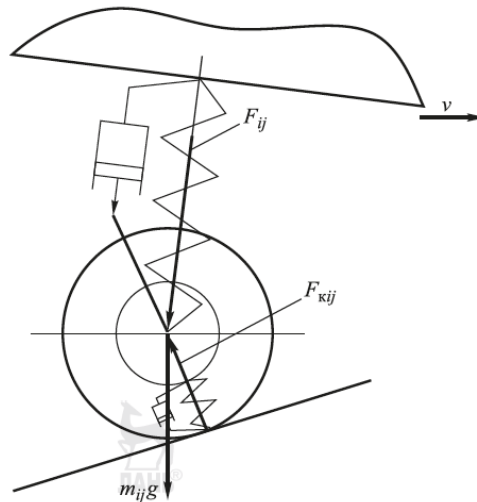


Рис. 5 – Схема взаимодействия колеса с опорным основанием
 v — скорость движения КМ; F_{ij} — сила в i -й подвеске j -го борта;
 F_{kij} — сила в i -м колесе j -го борта; m_{ijg} — вес колеса

В общем случае на i -е колесо j -го борта [7] действуют:

- сила в i -м упругом элементе j -го борта $P_{yij}(h_{ij})$;
- сила в i -м демпфирующем элементе j -го борта $P_{dij}(\dot{h}_{ij})$;
- вес колеса m_{ijg} и сила инерции $m_{ij} \frac{d^2 z_{ij}}{dt^2}$;
- упругая $P_{y.kij}$ и демпфирующая $P_{d.kij}$ составляющие со стороны шины.

Уравнение движения i -го колеса j -го борта имеет вид:

$$m_{ij} \ddot{z}_{ij} = -P_{yij}(h_{ij}) - P_{dij}(\dot{h}_{ij}) + P_{y.kij}(h_{ij}) + P_{d.kij}(\dot{h}_{ij}) - m_{ij}g \quad (5)$$

Так как автомобиль имеет зависимую подвеску, необходимо добавить блок, учитывающий влияние изменения прогиба колеса при контакте с дорожным профилем, и влияние сил от упругих и демпфирующих элементов подвески. (рис. 6 и 7).

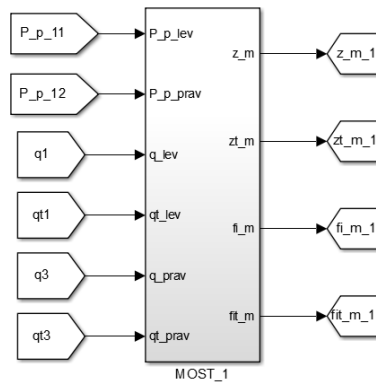


Рис. 6– Блок изменения координат центра масс переднего моста

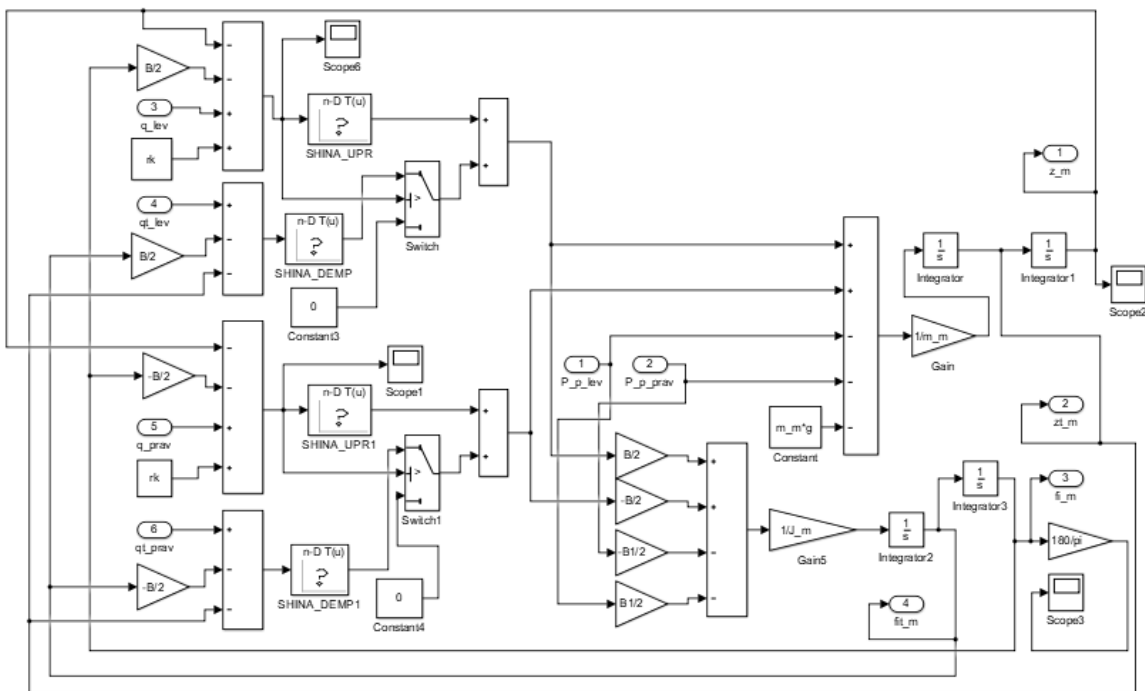


Рис. 7 – Развернутый блок изменения координат центра масс переднего моста

Выражения для прогиба h_{kij} и скорости прогиба \dot{h}_{kij} шины колеса:

$$h_{kij} = -Z_{most} + \frac{R_k}{2} \psi_{most} - r_k + q_{ij} \quad (6)$$

$$\dot{h}_{kij} = -\dot{Z}_{most} - \frac{B_k}{2} \dot{\psi}_{most} + \dot{q}_{ij} \quad (7)$$

где r_k – свободный радиус колеса.

Представим формулы (6) и (7) при имитационном моделировании с помощью программы Simulink (рис. 8) в виде следующих схем и блоков.

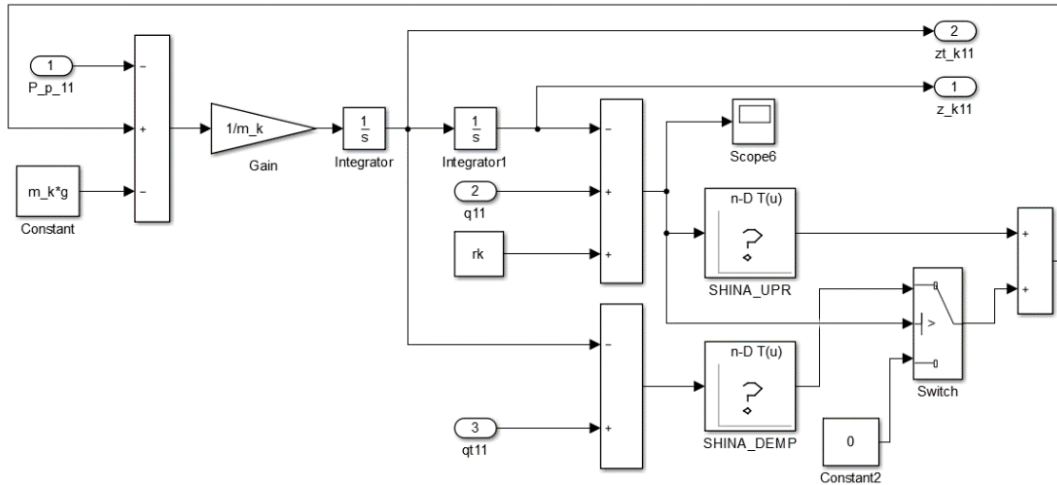


Рис. 8 – Схема и блоки определения прогиба и скорости изменения прогиба колеса подвески колесной машины

Для определения высоты неровности и скорости ее изменения, необходимо создать модель, зависящую от изменения продольной координаты движения автомобиля (интеграл от скорости движения) с блоком ввода дорожного профиля [8] изменения вертикальной и продольной координаты профиля (рис. 9).

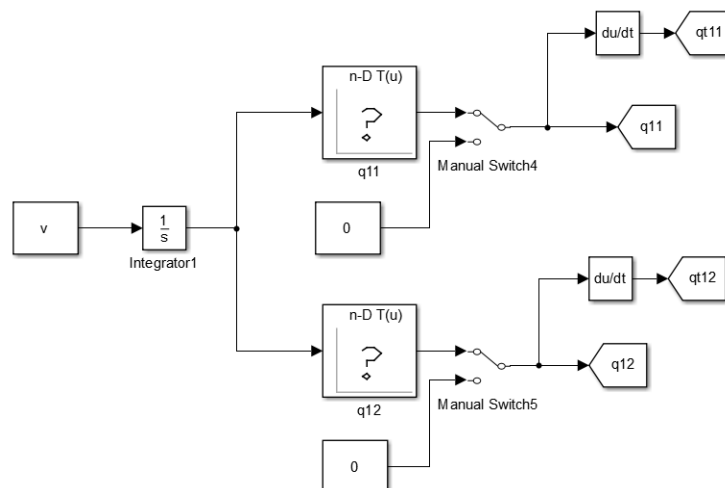


Рис. 9 – Схема вычисления высоты и скорости изменения дорожной неровности, и блок ввода дорожного профиля

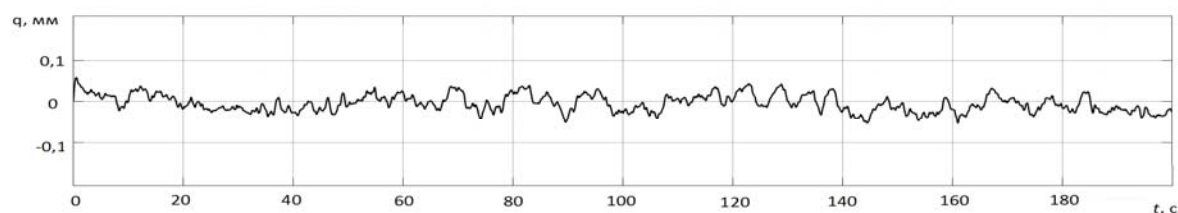
Профиль опорной поверхности представим зависимостью: $q=q(l)$, где q, l - соответственно, вертикальная и горизонтальная продольная координаты опорной поверхности.

Для описания профиля дороги применим наиболее распространенный тип аппроксимации корреляционных функций [9, 10] профиля дорожной поверхности $R(l)$:

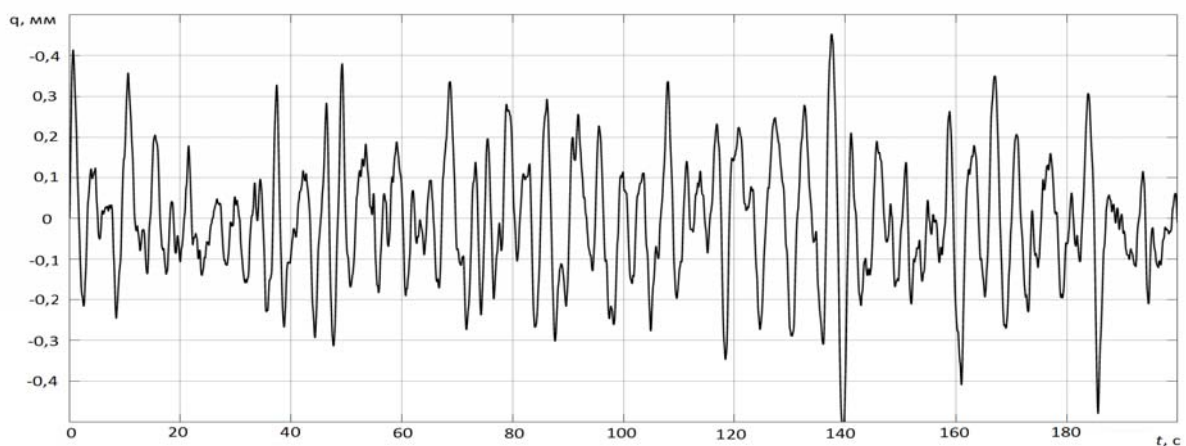
$$R(l) = D_q e^{-\alpha_\tau |l|} \cos(\beta_\tau l) \quad (8)$$

где D_q – дисперсия неровностей дорожной поверхности; l – длина пути; α_τ, β_τ – коэффициенты, характеризующие степень нерегулярности профиля.

Результат моделирования асфальто-бетонного дорожного профиля и бездорожья представлены на рис. 10.



а)

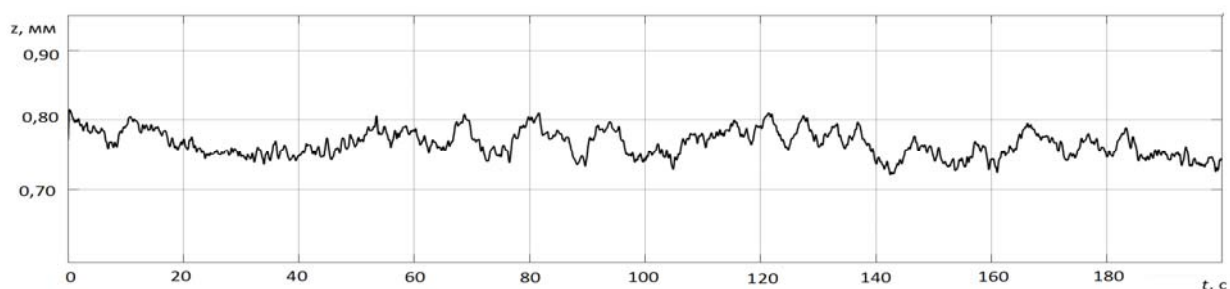


б)

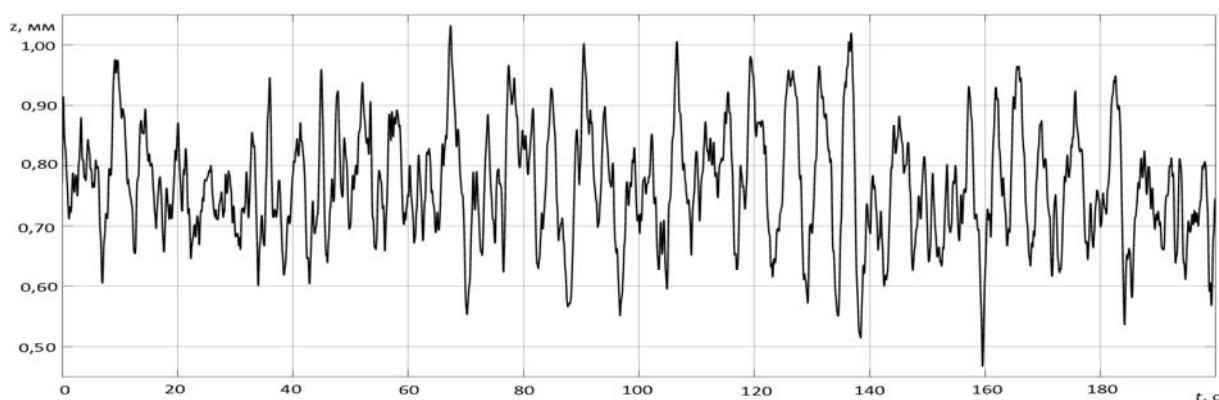
Рисунок 10 – Результат моделирования дорожной поверхности:

а) для асфальто-бетонного покрытия; б) для бездорожья.

При изменении дорожного профиля с асфальто-бетонного на бездорожье (рис. 11) увеличивается величина колебания центра масс (ЦМ) кузова, что связано с увеличением высоты дорожных неровностей.



а)



б)

Рис. 11 – Изменение положения ЦМ кузова в зависимости от выбранной дорожной поверхности:

а) для асфальто-бетонного покрытия; б) для бездорожья.

При моделировании профиля дорожной поверхности и работы подвески автомобиля учитывалось совместное перемещение колес одного моста, были применены экспериментальные зависимости упругих и демпфирующих характеристик элементов подвески и колес, а также известные характеристики профиля дорожного покрытия. Полученный результат говорит о том, что построенная и исследованная модель автомобиля УАЗ "Hunter" довольно точно описывает колебание центра тяжести автомобиля.

Литература

1. Поливаев, О.И., Гребнев В.П., Ворохобин А.В. Теория трактора и автомобиля: учебник. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 232 с.
2. Полковникова Н.А. Научные и инженерные расчёты в среде Matlab: учебное пособие. – М.: Изд-во «МОРКНИГА», 2019. – 143 с.
3. Жилейкин М.М., Котиев Г.О. Моделирование систем транспортных средств: учебник. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 280 с.
4. Rosheila Binti Darus. Modeling and control of active suspension for a full car model. A project report submitted in partial fulfillment of the requirements for the award of the degree of Master of Engineering (Electrical – Mechatronics and Automatic Control). 2008.
5. Документация MATLAB: URL - docs.exponenta.ru/documentation-center.html.
6. Гурский, Н. Н., Фурунжиев Р.И. Моделирование и оптимизация колебаний многоопорных машин. – Минск: Изд-во БНТУ, 2008 – 296 с.
7. Московский М.Н., Гуляев А.А., Сидоров В.Н. Математическая оценка на основе метода Лотки-Вольтерры количественных показателей переработки соломистого сырья при комбайновой уборке зерновых // Инженерный вестник Дона. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2019/6152.
8. Заруцкий С.А., Власенко Е.А. Автоматизация анализа данных экспериментальных исследований // Инженерный вестник Дона. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753.
9. Кулаев Н.А., Зубко П.С. Использование динамического программирования для повышения энергоэффективности гибридных транспортных средств // Инженерный вестник Дона. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n19y2019/46177.
10. Imine H., Delanne Y., M'Sirdi N.K. Road profile input estimation in vehicle dynamics simulation // Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 2006, 44:4, pp. 285-303.

References

1. Polivaev, O.I., Grebnev V.P., Vorohobin A.V. Teorija traktora i avtomobilja: uchebnik [Tractor and car theory]. Sankt-Peterburg: Lan', 2016. 232 p.
2. Polkovnikova N.A. Nauchnye i inzhenernye raschjoty v srede Matlab: uchebnoe posobie [Scientific and engineering calculations in Matlab environment]. M.: Izd-vo «MORKNIGA», 2019. 143 p.
3. Zhilejkin M.M., Kotiev G.O. Modelirovanie sistem transportnyh sredstv: uchebnik [Simulation of vehicle systems]. M.: Izdatel'stvo MGTU im. N.Je. Bauma-na, 2018. 280 p.
4. Rosheila Binti Darus. Modeling and control of active suspension for a full car model. A project report submitted in partial fulfillment of the requirements for the award of the degree of Master of Engineering (Electrical – Mechatronics and Automatic Control). 2008.
5. Dokumentacija MATLAB: URL - docs.exponenta.ru/documentation-center.html.
6. Gurskij, N. N., Furunzhiev R. I. Modelirovanie i optimizacija kolebanij mnogoopornyh mashin [Modeling and optimization of oscillations of multi-support machines]. Minsk: Izd-vo BNTU, 2008. 296 p.
7. Moskovskij M.N., Guljaev A.A., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2019/6152.
8. Zaruckij S.A., Vlasenko E.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753.
9. Kulaev N.A., Zubko P.S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n19y2019/46177.
10. Imine H., Delanne Y., M'Sirdi N.K. Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 2006, 44:4, pp. 285-303.