

## Исследование математических методов идентификации пеленгов беспилотных летательных аппаратов в группе

*С.В. Васильев<sup>1</sup>, В.О. Ефимов<sup>2</sup>, А.Н. Пикулев<sup>3</sup>,  
А.А. Тяжелова<sup>3</sup>, Л.М. Сарварова<sup>3</sup>, В.Ю. Колесников<sup>3</sup>,  
А.В. Лукин<sup>2</sup>, И.С. Гайнутдинов<sup>2</sup>, Е.П. Денисенко<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Фонд перспективных исследований, Москва

<sup>2</sup>Швабе, Государственный институт прикладной оптики, Казань

<sup>3</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

**Аннотация:** Обсуждены вопросы исследования математической интерпретации результатов траекторных измерений с точки зрения повышения точности идентификации пеленгов беспилотных летательных аппаратов при их движении в группе «рое» и «строе». Предложены варианты идентификации горизонтальных (ИГП) и пространственных пеленгов (ИПП) как отдельно, так и в дополняющем применении. Идентификацию пеленгов однотипных объектов в группе типа «рой» целесообразно проводить по алгоритму ИГП-ИПП. Однако и он лишь частично работоспособен на дальностях 3 км и более. В качестве основного алгоритма идентификации пеленгов однотипных объектов в группе «Строй» целесообразно использовать ИПП. Хотя указанные алгоритмы и достигают высокой эффективности идентификации при благоприятных условиях, при ужесточении условий – довольно резко снижаются. Поэтому для поддержания высокого уровня вероятностей «чистой» идентификации целесообразно использовать дополнительные меры по борьбе с ложными триадами. Для снятия проблем необходимы разработка и применение комбинаторных алгоритмов исчерпывающего поиска, что является направлением для развития дальнейших исследований.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, группа объектов, идентификация пеленгов, горизонтальный пеленг, пространственный пеленг, критерии идентификации, ложная засечка.

### Введение

В задаче идентификации пеленгов беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в группе предполагается наличие угловых координат объектов, то есть идентификация пеленгов может производиться с использованием либо только горизонтальных (азимутальных) углов, полученных с разных измерительных пунктов (ИП), либо не только горизонтальных, но и вертикальных углов (углов места). Первый вариант назовем идентификацией горизонтальных пеленгов (ИГП), второй – идентификацией пространственных пеленгов (ИПП) [1-3].

Очевидно, что результаты идентификации по предложенным алгоритмам ИГП и ИПП наряду с другими условиями в значительной степени будут зависеть от условий их применения, т. е. от расположения ИП и характеристик используемых средств измерения (СИ), высоты и дальности размещения объекта регистрации, его формы и концентрации в нем элементов [2-8]. Эти зависимости представляются достаточно сложными, имеющими стохастический характер, поэтому для их изучения необходимо разработать экспериментальную статистическую модель с алгоритмическим описанием причинно-следственных связей, что является целью настоящей работы.

### **Экспериментальная статистическая модель**

Задается измерительный комплекс, состоящий из трех ИП (по одному пеленгатору на каждом) и предназначенный для одновременной регистрации угловых координат (пеленгов) многоэлементного объекта. В районе досягаемости пеленгаторов размещается объект, состоящий из множества однотипных БПЛА, пеленги которых и подлежат идентификации. Координаты точек стояния и характеристики точности СИ, форма, размеры и положение объекта в пространстве, а также координаты центра объекта, количество однотипных БПЛА в объекте задаются в качестве исходных данных. Кроме того, задается алгоритм или комбинация алгоритмов идентификации и назначается количество реализаций.

В качестве формы объекта измерения используются диск и цилиндр. Такое представление объекта позволяет, например, с помощью тонкого цилиндра с соответствующим радиусом и вертикально расположенной осью смоделировать БПЛА самолетного типа. Смоделировать БПЛА типа «дрон» или «вертолет» можно с помощью диска или короткого цилиндра небольшого радиуса с осью, положение которой в пространстве зафиксировано двумя заданными углами.

---

Остановимся на работе модели и системе допущений, на которых она основана.

Расчет каждой реализации начинается с того, что объект, заданной формы и размеров, с помощью равномерного закона распределения заполняется заданным количеством БПЛА, т.е. фиксируется их положение в заданной земной системе координат. Затем эти координаты по известным формулам пересчитываются в единую для трёх ИП нормальную земную систему координат. Далее для каждого ИП рассчитываются пеленги на эти элементы. Пеленги всех ИП нумеруются *одинаково*. Полученные *точные* пеленги в соответствии с СКО погрешностей СИ по нормальному закону распределения преобразуются в *измеренные*. Смоделированные таким образом пеленги являются исходными данными для испытаний заданных алгоритмов идентификации. По окончании идентификации фиксируется количество пропущенных ложных триад пеленгов, отвергнутых истинных и, если тех и других не оказалось, факт «чистой» идентификации. На этом расчет одной реализации заканчивается. По всем рассчитанным реализациям оцениваются математические ожидания пропущенных ложных триад, отвергнутых истинных триад и статистическая вероятность (частота) «чистой» идентификации.

Предполагается, что по своим возможностям модель может найти практическое применение при проведении различных испытаний для формирования систем измерения многоэлементных объектов, требующих идентификации.

Исследование схем идентификации проводилось по группам двух типов. Для краткости эти группы в дальнейшем будут именоваться соответственно «рой» и «строй».

## Идентификация пеленгов группы типа «рой»

Рассматривались следующие варианты основных факторов, влияющих на эффективность идентификации: пеленгаторы размещались в углах равносторонних треугольников с удалениями от центра масс на 1, 3 и 5 км; СКО случайной погрешности измерения угловых координат элементов объекта  $\sigma=1'$ ; количество БПЛА в объекте составляло 5, 10 и 15 шт.

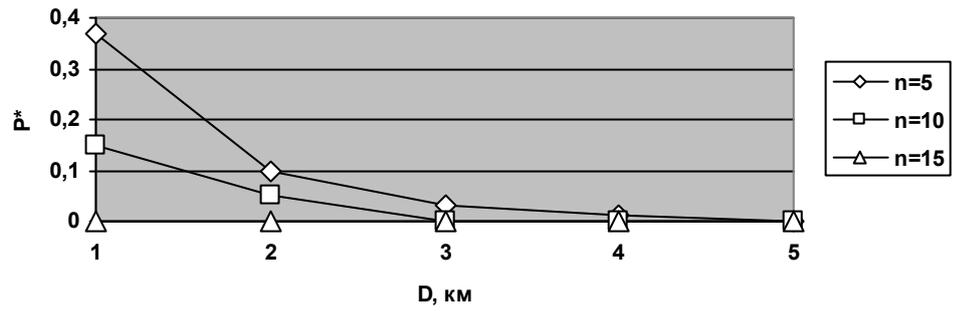
Диаметр «роя» равнялся 250 м, «толщина» – 10 м. «Рой» размещался над центром масс треугольников, на высоте 100 м. Пеленги элементов идентифицировались по алгоритмам ИГП и ИПП, а также по последовательно совмещённым алгоритмам ИГП-ИПП и ИПП-ИГП. Каждый вариант рассчитывался по 100 реализациям. Результаты расчетов частоты (статистическая вероятность) «чистой» идентификации  $P^*$  представлены в виде графиков (рис. 1, а-г), на которых по оси абсцисс отложены дальности от ИП до эпицентра объекта, по оси ординат – значения показателей идентификации, а три кривые, отмеченные цифрами 5, 10 и 15, отражают зависимость показателя от концентрации элементов в группе.

Аналогично рассчитывались те же варианты, но при  $\sigma=30''$ . Были получены графики, которые в полной мере использовались при анализе возможностей алгоритмов идентификации. Однако авторы посчитали возможным в работе их не помещать, дабы не перегружать её однотипным графическим материалом.

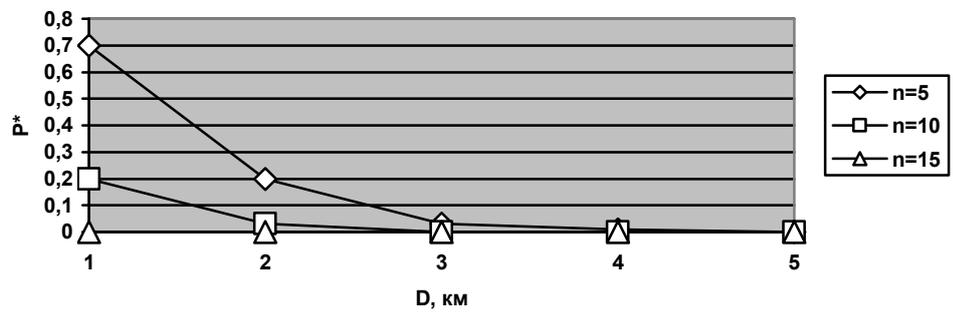
При оценке эффективности различных алгоритмов будем придерживаться следующего принципа: из двух алгоритмов с показателями  $N_{true}$ , не превышающими заданного уровня  $q'$  (%), более эффективным является тот у которого показатель  $N_{false}$  меньше. Рассмотрено два уровня  $q'$  – 5 и 10%.

Перейдем к анализу полученных результатов.

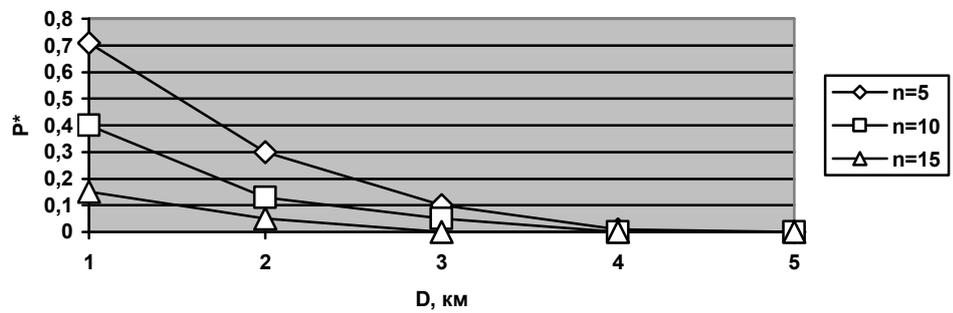
---



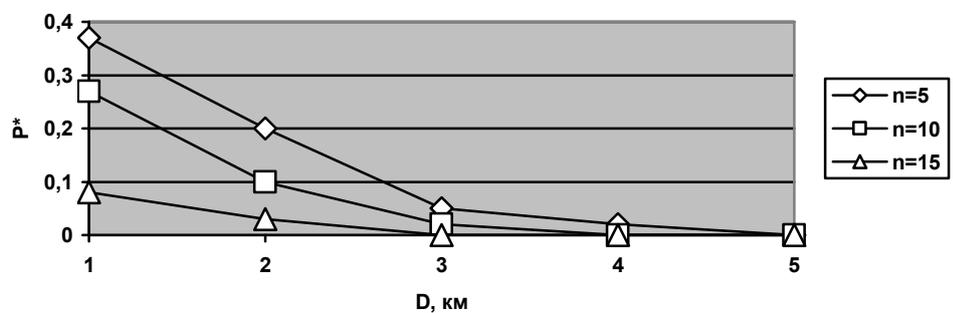
a



б



в



г

Рис. 1 – Статистическая вероятность (частота) «чистой» идентификации (группа «Рой», ИПП (а), ИГП (б), ИГП-ИПП (в), ИПП-ИГП (г))

На малых дальностях, около 1 км, при  $q'=5\%$  и СКО случайной погрешности измерения  $\sigma=1'$  по выбранному показателю наиболее эффективным является алгоритм ИГП-ИПП, заметно уступают ему ИПП и особенно ИГП. Алгоритм ИПП-ИГП – не эффективен. При снижении требования по сохранности истинных триад до  $q'=10\%$  общая оценка сохраняется, кроме алгоритма ИПП-ИГП, который становится первым конкурентом ИГП-ИПП. Уменьшение погрешности измерений до  $\sigma=30''$  существенно, в 2–4 раза снижает «засоренность» результатов ложными триадами, не затрагивая при этом приоритеты.

На средних дальностях (3 км) при  $q'=5\%$  и  $\sigma=1'$  эффективен алгоритм ИГП-ИПП и то лишь при малых концентрациях (до 5) элементов. Остальные оказываются не эффективными: ИГП и ИПП-ИГП из-за большого отсева истинных триад, а ИПП из-за большой «засоренности» ложными триадами, число которых превышает количество истинных в 7–60 раз, т. е. на одну истинную триаду приходится в среднем от 7 до 60 ложных.

Снижение требований по сохранности истинных триад до  $q'=10\%$  не изменяет общей картины. При уменьшении погрешности измерений до  $\sigma=30''$  к алгоритму ИГП-ИПП приближается алгоритм ИПП, а при снижении требований по сохранности истинных триад – и ИПП-ИГП, хотя алгоритм ИГП-ИПП остается предпочтительней.

Увеличение дальности измерений до 5 км приводит к дальнейшему снижению возможностей идентификации.

Так при хорошей сохранности истинных триад алгоритм ИПП на одну истинную триаду пропускает в среднем от 10 до 80 ложных. На этих дальностях конкурируют между собой лишь алгоритмы ИГП и ИГП-ИПП. При малой концентрации элементов они практически равноценны.

Таким образом, анализ показывает, что;

---

1. Идентификацию пеленгов однотипных объектов в группе типа «рой» целесообразно проводить по алгоритму ИГП-ИПП. Однако и он лишь частично работоспособен на дальностях 3 км и более.

2. Увеличение точности измерений (уменьшение СКО случайной погрешности с 1' до 30") приводит к существенному, в 2-4 раза, снижению «засоренности» результата ложными триадами.

3. Алгоритм ИПП имеет самые высокие показатели по сохранности истинных триад во всем рассмотренном диапазоне. Однако «засоренность» результатов ложными триадами, достигающая до 80 на одну истинную триаду, не позволяет рекомендовать его для самостоятельного применения. Он может быть успешно использован как составная часть алгоритма ИГП-ИПП.

4. Что касается показателя «вероятность «чистой» идентификации», то его оценки в основном подтверждают сделанные выводы. Но, хотя они и достигают высоких значений при благоприятных условиях, при ужесточении условий – довольно резко снижаются. Поэтому для поддержания высокого уровня вероятностей «чистой» идентификации целесообразно использовать дополнительные меры по борьбе с ложными триадами.

### **Идентификация пеленгов группы типа «строй»**

Исследование возможностей различных алгоритмов идентификации применительно к группе типа «строй» проводилось в тех же условиях и потому же принципу, что и к группе типа «рой». Исходные данные по объекту были приняты следующие.

Диаметр «строя» равнялся 10 м, длина 200 м. Центр «строя» размещался над центром масс треугольников, на высоте 3000 м. Наклон к горизонту составлял  $45^\circ$ , азимут оси «строя» выбирался случайным образом для каждой реализации. Пеленги элементов, засорённые случайными нормально распределёнными погрешностями с  $\sigma=1'$ , идентифицировались

---

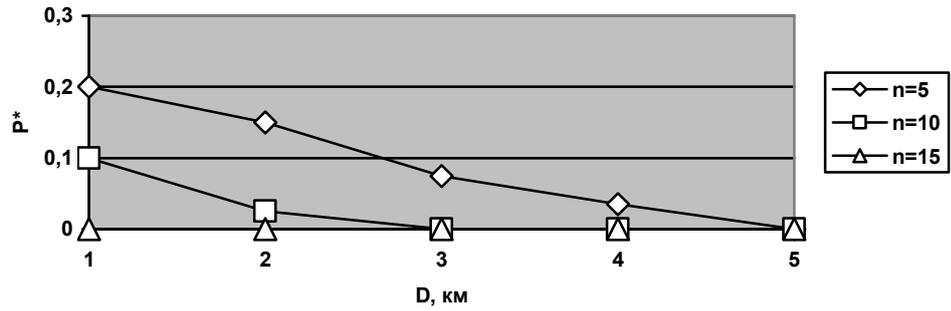
по алгоритмам ИГП и ИПП, а также по смешанным алгоритмам ИГП-ИПП и ИПП-ИГП. Каждый вариант рассчитывался по 100 реализациям. Результаты расчетов в виде графиков приведены на рис. 2, а-г.

На малых дальностях, около 1 км, при  $q' = 5\%$  и  $\sigma = 1'$  возможности алгоритма ИПП находятся вне конкуренции. Остальные алгоритмы практически не эффективны. При снижении требования по сохранности истинных триад до  $q' = 10\%$  – на первый план выходит алгоритм ИПП-ИГП, который по принятому показателю становится примерно в два раза эффективнее ИПП. Уменьшение СКО случайной погрешности с  $1'$  до  $30''$  увеличивает эффективность ИПП в среднем примерно в 5 раз, однако при  $q' = 10\%$  по прежнему ИПП-ИГП по эффективности находится на первом месте, а на втором – алгоритм ИГП-ИПП.

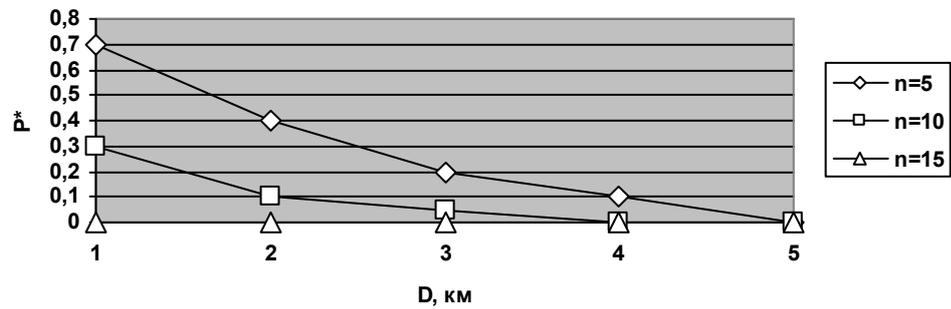
На средних (3 км) и больших (5 км) дальностях, несмотря на заметное «засорение» результата ложными триадами при всех условиях алгоритм ИПП вновь оказывается вне конкуренции.

Таким образом, можно заключить, что:

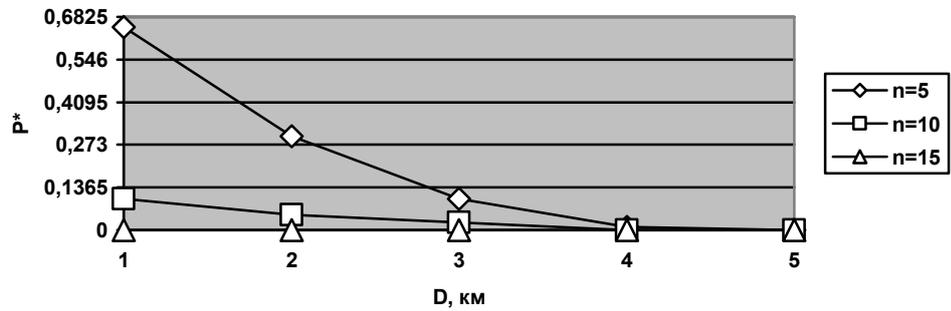
1. В качестве основного алгоритма идентификации пеленгов однотипных объектов в группе «Строй» целесообразно использовать ИПП.
  2. На малых дальностях до 1 км при снижении требования по сохранности истинных пеленгов до  $q' = 10\%$  более эффективным является ИГП-ИПП. Однако в остальных условиях он не эффективен.
  3. При уменьшении СКО случайной погрешности измерений с  $1'$  до  $30''$  эффективность идентификации возрастает примерно в 5 раз.
  4. Оценки вероятностей «чистой» идентификации подтверждают обоснованность выбора алгоритма ИПП в качестве основного.
-



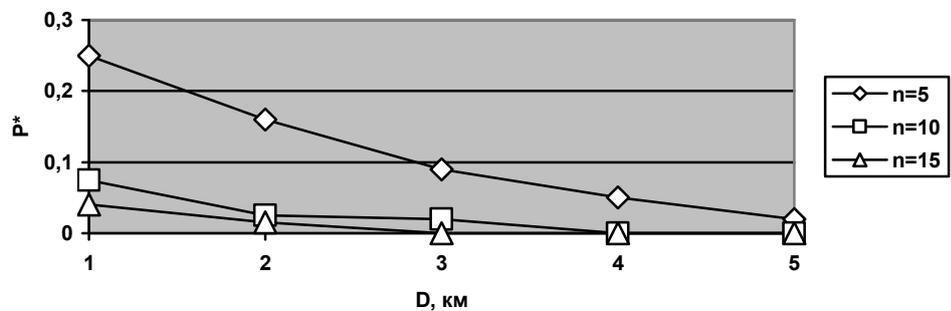
a



б



в



г

Рис. 2 – Статистическая вероятность (частота) «чистой» идентификации (группа «Строй», ИПП (а), ИГП (б), ИГП-ИПП (в), ИПП-ИГП (г))

Однако заметное снижение вероятностей при усложнении условий испытаний показывает, что для повышения качества результатов наряду с повышением точности измерений целесообразно использовать дополнительные средства по очистке результатов от остаточных ложных триад.

### **Заключение**

Проблема объективного контроля параметров траекторий БПЛА сложных объектов («Рой», «Строй») с приемлемой точностью до настоящего времени полностью не решена. Разработанные метод и алгоритмы программно-математической идентификации горизонтальных и пространственных пеленгов БПЛА вносят определенный вклад в решение этой проблемы – открывают принципиальную возможность обеспечить их траекторные измерения и пеленгацию штатными оптическими и оптико-электронными СИ [9-13] в составе трехпунктной измерительной схемы.

Математические эксперименты, проведенные с помощью специально созданной программы статистического моделирования, позволили выявить условия успешной идентификации пеленгов и проблемные вопросы, связанные с возникновением ложных засечек и неоднозначности решения, для снятия которых необходимы разработка и применение комбинаторных алгоритмов исчерпывающего поиска.

### **Литература**

1. Molebny V., et al. Laser radar: historical prospective – from the East to the West // Opt. Eng. 2016. V. 56. № 3. P. 031220.
2. Малашин М.С., Каминский Р.П., Борисов Ю.Б. Основы проектирования лазерных локационных систем. М.: Высшая школа, 1983. 207 с.
3. Васильев С.В. и др. Перспективные методы и средства траекторных измерений. Казань: Новое знание, 2005. 128 с.

4. Natanson O.G., et al. Reflectometry in open and fiber mediums: technology transfer // Proc. SPIE. 2005. V. 5854. pp. 205-214.

5. Ефимов В.О. и др. Оптическая рефракция и модельные методы учета ее влияния на характеристики дальномерного тракта лазерного локатора слежения // Инженерный вестник Дона. 2017. №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4314.

6. Ефимов В.О. и др. Дисперсионный метод учета статической и динамической рефракции для дальномерного тракта лазерного локатора слежения // Инженерный вестник Дона. 2017. №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4315.

7. Ефимов В.О. и др. Методы компенсации влияния атмосферной турбулентности на точность измерения угловых координат в лазерных локаторах слежения // Научно-технический вестник Поволжья. 2017. №4. С. 69-71.

8. Morozov O.G., et al. Two-frequency scanning LFM lidars: theory and applications // Proc. of SPIE. 2002. V. 4539. pp. 158-168.

9. Ильин Г.И., Морозов О.Г., Польский Ю.Е. ЛЧМ-лидар с преобразованием частоты // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 12. С. 1871.

10. Ильин Г.И., Морозов О.Г., Польский Ю.Е. Блок импульсной накачки лидарных комплексов // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 5. С. 762.

11. Ильин Г.И. и др. Исследования ЛЧМ-лидара с преобразованием частоты // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 2. С. 435.

12. Ильин Г.И., Морозов О.Г., Польский Ю.Е. Особенности построения электрооптических амплитудно-фазовых формирователей двухчастотного лазерного излучения для дифференциальных ЛЧМ-лидаров // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 5. С. 513.

---

13. Ильин Г.И., Морозов О.Г., Польский Ю.Е. Применение амплитудно-фазового преобразования частоты лазерного излучения для создания специальных схем ЧМ-лидаров // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 4. С. 360.

### References

1. Molebny V., et al. Opt. Eng. 2016. V. 56. № 3. P. 031220.
  2. Malashin M.S., Kaminskiy R.P., Borisov Yu.B. Osnovy proektirovaniya lazernyih lokatsionnyih sistem [Basics of laser location systems designing]. M.: Vysshaya shkola, 1983. 207 p.
  3. Vasilev S.V. et al. Perspektivnyie metodyi i sredstva traektornyih izmereniy [Promising methods and means of trajectory measurements]. Kazan: Novoe znanie, 2005. 128 p.
  4. Natanson O.G., et al. Proc. SPIE. 2005. V. 5854. pp. 205-214.
  5. Efimov V.O., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4314/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4314/).
  6. Efimov V.O., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4315/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4315/).
  7. Efimov V.O., et al. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya. 2017. №4. pp. 69-71.
  8. Morozov O.G., et al. Proc. of SPIE. 2002. V. 4539. pp. 158-168.
  9. Ilin G.I., Morozov O.G., Polskiy Yu.E. Optika atmosferyi i okeana. 1995. V. 8. № 12. P. 1871.
  10. Ilin G.I., Morozov O.G., Polskiy Yu.E. Optika atmosferyi i okeana. 1995. V. 8. № 5. P. 762.
  11. Ilin G.I., Morozov O.G., Polskiy Yu.E. Optika atmosferyi i okeana. 1997. V. 10. № 2. P. 435.
  12. Ilin G.I., Morozov O.G., Polskiy Yu.E. Optika atmosferyi i okeana. 1998. V. 11. № 5. P. 513.
-



13. Ilin G.I., Morozov O.G., Polskiy Yu.E. Optika atmosferyi i okeana. 1999. V. 12. № 4. P. 360.