Взвешивание рубрик иерархических классификаторов в информационно-поисковых системах

Н.А. Гайдамакин

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург

Аннотация: Представлены два подхода к взвешиванию вершин в корневых деревьях иерархических классификаторов, характеризующих предметные области различных информационно-поисковых систем. Рассматривается весовые характеристики в зависимости от положения вершин в корневом дереве – от уровня, глубины, количества непосредственно подчиненных вершин (клана «сыновей») и количества подчиненных по иерархии листовых вершин. Иллюстрируются особенности взвешивания вершин корневого дерева на основе взвешенного суммирования уровневого, глубинного, кланового и листового веса вершин, и на основе иерархически-аддитивного суммирования листовых весовых характеристик.

Ключевые слова: информационно-поисковые системы, иерархические тематические классификаторы, иерархические рубрикаторы, тематическое индексирование, взвешивание вершин корневого дерева, уровневая весовая характеристика вершины, глубинная весовая характеристика вершины, клановая весовая характеристика вершины, листовая весовая характеристика вершины.

Введение

Широко применяемой технологией в информационно-поисковых системах (ИПС) является индексирование информационных объектов рубриками тематических иерархических классификаторов, именуемых также иерархическими рубрикаторами [1-3]. Наиболее известным примером является универсальная десятичная классификация (УДК) в библиотечной сфере [4, 5]. При этом в УДК информационный объект может быть индексирован совокупностью нескольких тематических рубрик [6].

В работах [7, 8] введено понятие «мультирубрики» как набора рубрик иерархического классификатора, в котором отсутствуют подчиненные друг другу по иерархии рубрики и полные наборы подчиненных рубрик («сыновей») для каких-либо рубрик классификатора, и построено решеточно-упорядоченное множество мультирубрик, основанное на специальной операции доминирования мультирубрик (тематика одной мультирубрики «шире-уже» тематики другой мультирубрики или их тематики «несравнимы»).

Поисковые механизмы в ИПС в общем виде заключаются в сравнении тематического индекса информационного объекта с тематическим индексом поискового запроса. В работе [9] рассмотрены метрики на множестве мультирубрик в виде т.н. порядкового расстояния Хемминга, основанного на симметрической разности порядковых идеалов, порождаемых мультирубриками на корневом дереве иерархического рубрикатора. При этом используется понятие «взвешивания вершин» корневого дерева аддитивным или субаддитивным способом.

Аддитивный способ формирования веса вершины корневого дерева в [9] заключает в суммировании веса подчиненных вершин-«сыновей». Формирование веса листовых вершин, не имеющих вершин-«сыновей», может основываться на различных механизмах, определяемых особенностями предметной области, тематика которой описывается иерархическим классификатором-рубрикатором соответствующего корневого дерева. В случае субаддитивного способа функция агрегирования весов подчиненных вершин-рубрик в вес вершины-родителя может быть иной чем просто сумма весов «сыновей», но результат агрегирования меньше такой суммы [9].

Поскольку качество и особенности поисковых характеристик ИПС, основанных на мультирубрицированном индексировании, прямо зависят от особенностей взвешивания рубрик-вершин иерархического классификатора, то представляет теоретический и практический интерес рассмотрение в т.ч. иных способов и практических механизмов взвешивания вершин корневого дерева иерархических тематических классификаторов.

1. Исходные положения

Иерархический классификатор-рубрикатор будем рассматривать как граф вида *корневое дерево*, в котором полустепень исхода любой вершины не меньше двух (тематическая рубрика может быть разделена минимум на две подчиненных рубрики).

Будем придерживаться общепринятой терминологии в теории графов [см., например, [10] и [11]). В контексте рассматриваемой задачи под *деревом* будем понимать неориентированный граф без петель и кратных ребер, а под *корневым деревом* − граф с выделенной вершиной r, называемой *корнем*.

Пусть $\boldsymbol{T}$ − корневое дерево, состоящее из совокупности вершин $\{r, x_1, x_2, \dots, x_N\} \in \boldsymbol{T}$, охваченных отношением строгого частичного порядка $<$, такого, что условие $x_1 < x_2$ выполняется в том и только в том случае, когда x_1 и x_2 принадлежат простой цепи с началом в x_1 и концом в r. В этом случае будем говорить, что x_2 является *предком* вершины x_1, а вершина x_1 *потомком* вершины x_2. Если $x_1 < x_2$ и не существует такого x_3, что $x_1 < x_3 < x_2$, то будем говорить, что x_2 является *отцом* вершины x_1, а x_1 — *сыном* вершины x_2. Заметим, что только корень дерева r не имеет отца.

Вершины дерева $\boldsymbol{T}$, не имеющие сыновей, будем называть *листьями*. Множество всех листьев дерева $\boldsymbol{T}$ будем обозначать через $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$. Вершины, не являющиеся листьями, будем называть *внутренними вершинами* дерева.

Корневое дерево $\boldsymbol{T}$ будем называть *взвешенным*, если на нем задана весовая функция $w(x)$, которая каждой вершине $x \in \boldsymbol{T}$ этого дерева ставит в соответствие положительное действительное число $w(x)$, именуемое *весом* вершины x.

При определении функции $w(x)$ будем основываться на следующей аксиоме.

Аксиома 1. Вес вершины $w(x)$ определяется ее положением в корневом дереве $\boldsymbol{T}$.

2. Характеристики положения вершины, влияющие на ее вес в корневом дереве

Известны подходы к взвешиванию вершин, точнее, к приписыванию числовых значений вершинам бинарных корневых деревьев в контексте синтеза и анализа структур данных и поисковых алгоритмов [12, 13]. В общем случае в качестве веса вершины иногда рассматривается количество подчиненных вершин (вершин поддерева), в т.ч. используется понятие веса дерева как общего количества вершин [13]. Разновидностью такого подхода является подсчет количества подчиненных листовых вершин. При этом однако не учитываются характеристики структуры корневого дерева, в частности глубина и ветвистость вершин.

Рассмотрим характеристики, определяющие положение вершины в корневом дереве, отражающем иерархические структуры в самых различных предметных областях, включая тематическое индексирование информационных объектов в ИПС.

Выделим следующие очевидные характеристики, которые будем называть *весовыми характеристиками* вершины. Одновременно сформулируем предположения относительно влияния соответствующих характеристик на веса вершин дерева.

1. Уровень вершины.

Под *уровнем* вершины x (см. рис. 1) будем понимать длину пути от вершины x до корня r и обозначать как $h(x)$. Заметим, что для корня дерева $h(r) = 0$.

В большинстве предметных областей, отношения в которых моделируются иерархическими структурами в виде корневых деревьев, чем ближе элемент к вершине иерархии, тем выше его вес (например, в организационных структурах – влияние, значимость, статус, возможности и т.п.). Вместе с тем могут встречаться сферы, где эта зависимость противоположна – чем дальше от вершины иерархии, тем более безопасно, тем меньше ограничений, тем меньше «заметность» и т.п.

В общем случае введем некую функцию $Hweight(x) = f_h(h(x))$, которую будем называть *уровневым весом* вершины x.

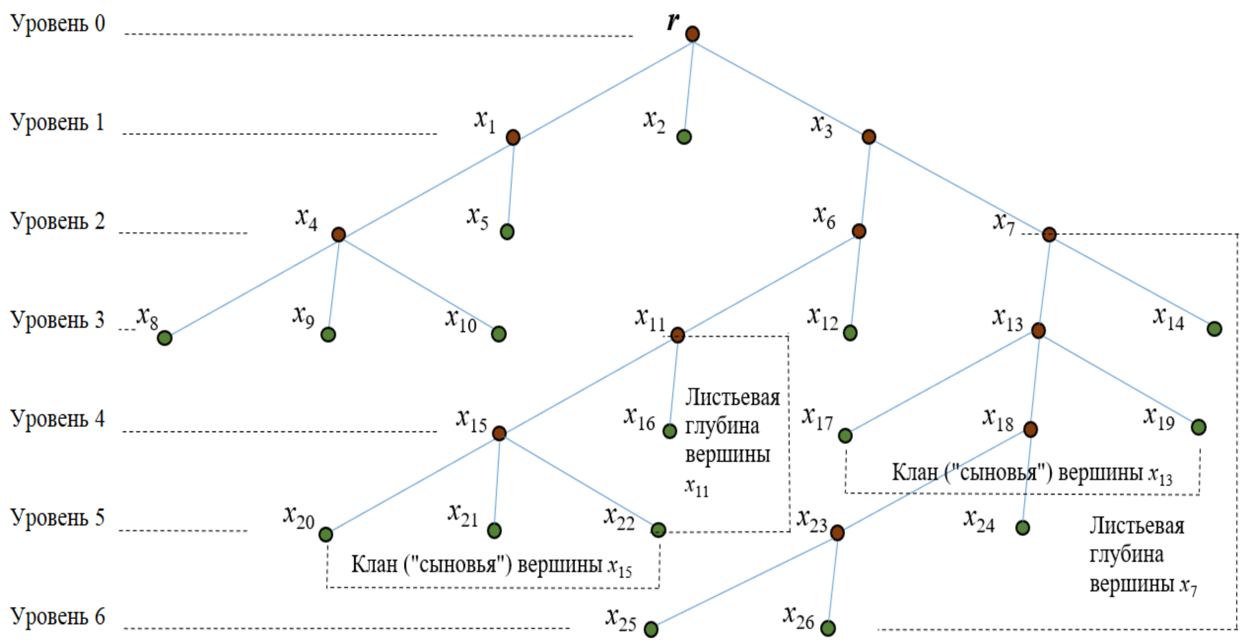

Рис. 1. – Характеристики положения вершин корневого графа, влияющие на вес вершины

2. Листовая глубина вершины.

Под *листовой глубиной* вершины x будем понимать длину пути от вершины x до самой дальней подчиненной ей листовой вершины и обозначать как $d(x)$. Соответственно для листовых $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ вершин $d(y) = 0$.

Как и в отношении уровня, в большинстве предметных областей, чем больше иерархий в структуре, вершину которой венчает элемент, тем выше его вес, значимость и т.п. (см. на рис. 1 вершины x_4, x_6 и x_7; x_{15} и x_{18}). Опять-таки, в других предметных областях, наоборот, – тем больше коммуникационных барьеров, тем, например, меньше вероятность отсутствия искажений при доведении до листовых элементов какой-либо информации, команд и т.п.

Поэтому в общем случае так же введем некую функцию $Dweight(x) = f_d(d(x))$, которую будем называть *глубинным весом* вершины x.

3. Количество сыновей вершины.

Непустое множество $\boldsymbol{X}$ всех сыновей некоторой внутренней вершины x будем называть *кланом* и обозначать через $clan(x)$. Мощность клана внутренней вершины x будем обозначать как $nclan(x)$. Для листовых $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ вершин $nclan(y) = 0$.

Мощность клана в различных предметных областях может так же по-разному влиять на вес элемента в соответствующей иерархической структуре – положительно (чем больше сыновей, тем сильнее, мощнее отец) и отрицательно (тем больше «забот», больше «нагрузки» и т.п.).

Введем функцию $Fweight(x) = f_f(nclan(x))$, которую будем называть *клановым весом* вершины x.

4. Количество подчиненных листовых вершин.

Рассмотрим отображение $List(x)$, которое каждой вершине дерева $x \in \boldsymbol{T}$ ставит в соответствие множество всех листьев $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ таких, что $y < x$. Для каждой вершины x дерева $\boldsymbol{T}$ множество $List(x)$ будем называть *листовым множеством* вершины x. Соответственно для листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ их листовые множества являются пустыми $\emptyset$. Под $nList(x)$ будем понимать мощность подмножества листовых вершин, подчиненных вершине x.

Во многих предметных областях, отображаемых иерархическими структурами, существенным параметром является количество подчиненных непосредственно или по иерархии низовых (т.е. листовых) элементов (количество подчиненных солдат, площадь земельных угодий и т.п.).

Поэтому введем функцию $Lweight(x) = f_l(nList(x))$, которую будем называть *листовым весом* вершины x.

5. Номер вершины внутри клана (номер сына).

Будем считать *нумерацию* вершин $\{r, x_1, x_2, \dots, x_N\} \in \boldsymbol{T}$, заданной и деревья, в которых вершины-братья одного клана с одинаковыми номерами изменены по порядку взаимного расположения (следования), разными (неизоморфными). Номер вершины $x \in clan(z)$ внутри клана вершины $z \in \boldsymbol{T}$ будем обозначать $i(x \in clan(z))$. Заметим, что нумерация вершин внутри клана задает линейный порядок «старший-младший брат».

В некоторых предметных областях самый высокий вес имеет старший (первый) элемент клана (старший сын, который наследует «все»), в других, наоборот, младший (все внимание и ресурсы ему). Заметим, что в общем случае корневых деревьев, как уже отмечено, порядок расположения сыновей некоторой вершины не имеет значения (деревья с разным расположением сыновей относительно друг друга являются изоморфными – ср. расположение вершин x_8, x_9 и x_{10}; x_{17}, x_{18} и x_{19}; x_{20}, x_{21} и x_{22}; на рис. 1.).

Введем некоторую функцию $Bweight(x) = f_b(i(x \in clan(z)))$, которую будем называть «*братьевым*» *весом* вершины x.

Следует отметить, что в отношении тематических иерархических классификаторов-рубрикаторов, используемых в информационно-поисковых системах, номер позиции рубрики среди «сыновей» рубрики-«отца» вообще говоря не имеет какого-либо значения (это м.б. результат алфавитного упорядочения или порядок возникновения рубрик по времени), поэтому во взвешивании вершин его далее учитывать не будем.

3. Пример взвешивания вершин корневого дерева на основе аддитивной функции от уровневого, глубинного, кланового и листового веса

Один из наиболее простых подходов заключается в рассмотрении веса вершины $w(x)$ как взвешенной суммы отмеченных выше частных весовых характеристик:

$$w(x) = \mathrm{c}_H Hweight(x) + \mathrm{c}_D Dweight(x) + \mathrm{c}_F Fweight(x) + \mathrm{c}_L Lweight(x)\,, \tag{1}$$

где $\mathrm{c}_H, \mathrm{c}_D, \mathrm{c}_F, \mathrm{c}_L$ – коэффициенты значимости, соответственно, уровневого, глубинного, кланового и листового веса.

Проиллюстрируем применение подобного взвешивания.

Для простоты и определенности примем равной значимость уровневой, глубинной, клановой и листовой весовых характеристик: $c_H = c_D = c_F = c_L = 1/4$.

Заметим, что величины $Hweight(x)$, $Dweight(x)$, $Fweight(x)$, $Lweight(x)$ должны определяться в единой шкале с одинаковым размахом, скажем, в интервале от 0 до 1.

Будем считать, что уровневый вес $Hweight(x)$, тем больше, чем ближе вершина к корню. Тогда в самом простом варианте $Hweight(x)$ можно определить, как функцию, монотонно убывающую от уровня вершины $h(x)$. При этом характер этого убывания определяется особенностями предметной области и может быть выражен, например, в виде линейной, обратной, экспоненциальной и т.д. зависимости.

Примем для простоты и определенности обратную зависимость:

$$Hweight(x) = \frac{1}{h(x)+1}\,. \tag{2}$$

Отметим, что при этом $Hweight(r) = 1$.

Будем считать, что глубинный вес тем больше, чем больше величина $d(x)$, т.е. чем длиннее путь от вершины до самой дальней подчиненной листовой вершины, и эта зависимость выражается функцией следующего вида:

$$Dweight(x) = 1 - \frac{1}{d(x)+1}\,. \tag{3}$$

Отметим, что при этом для листовых $y \in \boldsymbol{L(T)}$ вершин $Dweight(x) = 0$.

Будем считать, что клановый вес вершины тем больше, чем больше у нее сыновей. Для определенности выберем характер зависимости в виде следующей функции:

$$Fweight(x) = 1 - \frac{1}{nclan(x) + 1} \ . \qquad (4)$$

Опять-таки отметим, что для листовых $y \in \boldsymbol{L(T)}$ вершин $Fweight(y) = 0$.

Будем считать, что чем больше у вершины подчиненных непосредственно или по иерархии листовых вершин, тем больше вес соответствующей вершины. Для выражения этой зависимости будем использовать функцию следующего вида:

$$Lweight(x) = 1 - \frac{1}{nList(x) + 1} \ . \qquad (5)$$

Опять-таки, как и в предыдущем случае, отметим, что для листовых $y \in \boldsymbol{L(T)}$ вершин $Lweight(y) = 0$.

На рис. 2 представлены результаты взвешивания вершин корневого дерева по представленным соотношениям. Веса вершин, определенные по соотношениям (1-5), нормированы по максимальному весу вершин дерева, т.е. по весу корня дерева. Таким образом $w(r) = 1$.

Анализ представленных на рис. 2 данных показывает как «работает» соотношение уровневых, глубинных, клановых и листовых весовых характеристик. Например, вес вершины $w(x_4) = 0{,}658$, вершины $w(x_{15}) = 0{,}62$, хотя они имеют одинаковые по количеству вершин кланы и одинаковое количество подчиненных листовых вершин, но вершина x_4 расположена на два уровня ближе к вершине иерархии. В то же время вес вершины x_{11}, расположенной на один уровень ниже к вершине иерархии чем вершина x_4, имеет наоборот больший вес $w(x_{11}) = 0{,}672$, что объясняется бо́льшими глубинными и листовыми весовыми характеристиками. Также характерным является соотношение весов листовых вершин, максимальным из которых является вес вершины x_2, равный $0{,}141$. Такое соотношение определяется тем, что для листовых вершин $y \in L(T)$ ненулевой весовой характеристикой является только уровневая ($h(y)$), поэтому наибольший вес среди листовых у вершины x_2, непосредственно подчиненной вершине иерархии.

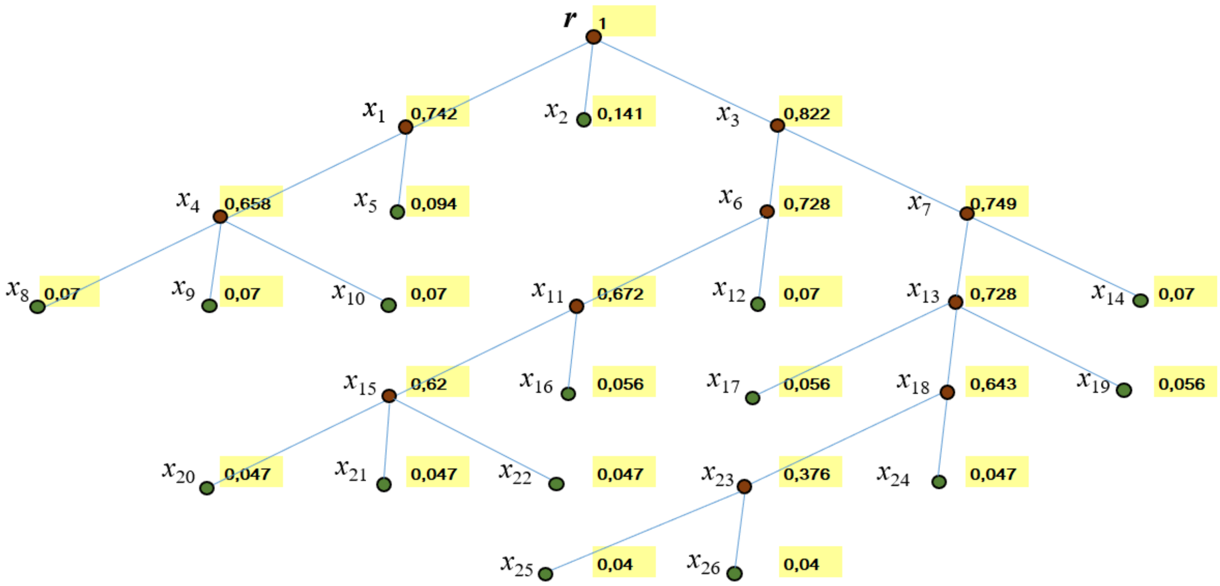

Рис. 2. – Пример взвешивания вершин корневого дерева тематического иерархического классификатора-рубрикатора на основе суммирования уровневых, глубинных, клановых и листовых весовых характеристик вершин

В качестве комментария можно отметить, что в тематических иерархических классификаторах-рубрикаторах ИПС веса вершин x_1 и x_3 можно соотнести с весами неких двух глобальных тематических рубрик, а вес вершины x_2 с совершенно новой рубрикой, которая не входит в отмеченные две глобальные рубрики. В организационно-«бюрократической» сфере веса вершин x_1 и x_3 можно соотнести с весами «заместителей» руководителя организации, а вес вершины x_2 с весом «помощника» («секретаря», «референта») руководителя организации.

Использованный в расчетах вид функций $Hweight(x)$, $Dweight(x)$, $Fweight(x)$, $Lweight(x)$ характеризуется эвристикой природы иерархии многих предметных областей, в т.ч. областью иерархических классификаторов-рубрикаторов. Однако, как уже отмечалось, в других предметных областях вид соответствующих функций может быть совершенно иным, что определит другие значения и соотношения весов вершин корневого дерева, характеризующего соответствующие предметные области. Кроме того, влияние на вес вершин их весовых характеристик оказывают коэффициенты c_H, c_D, c_F, c_L, которые также могут иметь совершенно различные значения в разных предметных областях, и определяться на основе определенных эвристик или экспертными оценками [14, 15].

3. Пример взвешивания вершин корневого дерева иерархического классификатора на основе суммирования весов подчиненных вершин

Представляет также интерес анализ особенностей аддитивного-иерархического взвешивания вершин корневого дерева, предложенного в [9].

В этом случае функция $w(x)$ определяется следующим итеративным соотношением.

$$w(x) = \sum_{i(z \in clan(x))=1}^{nclan(x)} w(z) , \qquad (6)$$

где $z \in clan(x)$ – вершины-«сыновья» вершины x .

Итеративность соотношения (6) означает, что процесс взвешивания вершин начинается с листовых вершин и идет вверх по иерархии подчиненности вершин, т.е. сначала должны быть определены веса листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$.

Из рассмотренных в п. 2 характеристик положения вершин в корневом графе для листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ ненулевыми значениями характеризуются только уровень вершины $h(x)$ и номер старшинства вершины среди ее братьев $i(x \in clan(s))$, подчиненных вершине-«отцу» s. При этом в отношении тематических иерархических классификаторов-рубрикаторов «братьевый» вес вершин $Bweight(x) = f_b(i(x \in clan(z)))$ мы условились не учитывать.

Таким образом процесс аддитивного-иерархического взвешивания вершин корневого дерева следует начинать с определения весов листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ на основе функции $Hweight(x)$.

Как и в предыдущем случае примем для простоты и определенности обратную зависимость весовой уровневой весовой характеристики $Hweight(y)$ от уровня (листовой) вершины $h(y)$:

$$Hweight(y) = \frac{1}{h(y)+1} . \qquad (7)$$

Нетрудно показать, что вес внутренней вершины $w(x)$, определяемый по соотношению (6), эквивалентен суммированию весов всех листовых вершин $y \in List(x)$, подчиненных по иерархии дерева вершине x:

$$w(x) = \sum_{y \in List(x)} w(y) = \sum_{y \in List(x)} \frac{1}{h(y)+1}. \qquad (8)$$

Важно отметить, что по соотношению (7) определяются веса только листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$. Веса внутренних вершин определяются по соотношению (6) или (8).

На рис. 3 приведен пример аддитивно-иерархического взвешивания вершин корневого дерева, представленного на рис. 1. Веса вершин, определенные по соотношениям (7) и (8), нормированы на сумму весов всех листовых вершин $y \in \boldsymbol{L}(\boldsymbol{T})$ с тем, чтобы вес корня $w(r) = 1$.

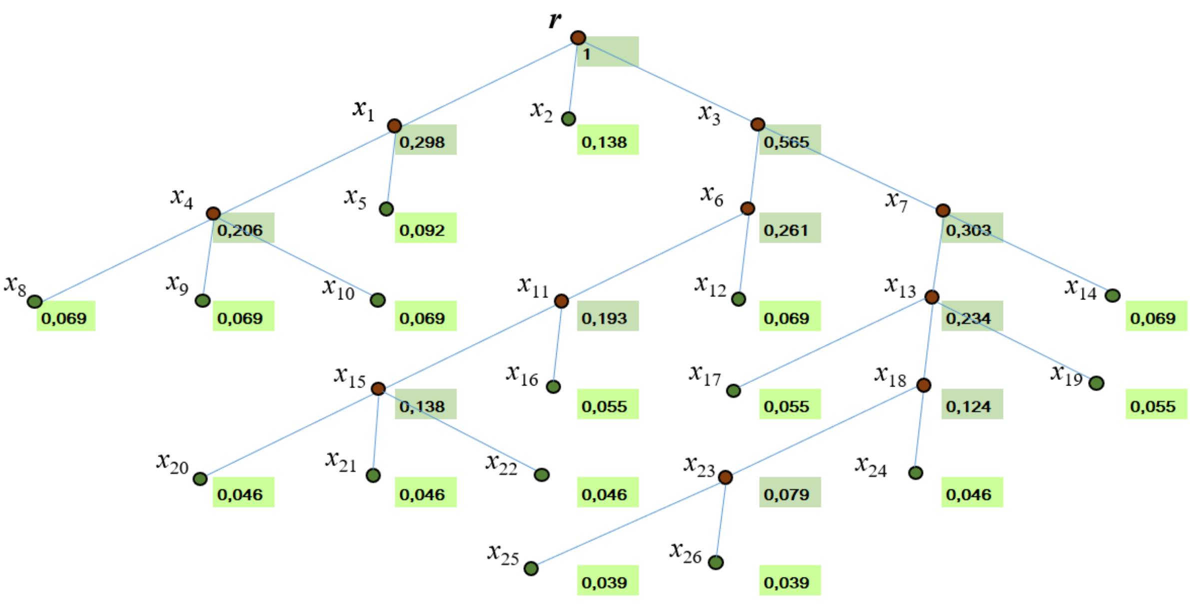

Рис. 3. – Пример аддитивно-иерархического взвешивания вершин корневого дерева иерархического классификатора на основе уровневых весов листовых вершин-рубрик

Анализ данных, представленных на рис. 3, показывает, что аддитивно-иерархическое взвешивание в определенной мере (опосредованным образом) также учитывает для внутренних вершин помимо кланового веса уровень и листовую глубину вершин (ср. веса вершин x_1, x_6, x_7). Вместе с тем сравнение с результатами, представленными на рис. 2, показывает большую «выразительность» обеспечения различий в весах вершин, рассчитанных с учетом их уровневых, глубинных, клановых и листовых характеристик в отдельности (ср. соотношение весов вершин x_1 и x_3 на рис. 2 и на рис.3).

Отметим, что особенностью сугубо аддитивно-иерархического взвешивания является равенство веса вершины-«отца» сумме весов его вершин-«сыновей», что в определенных предметных областях имеет принципиальное значение.

Заключение

Представленные подходы к взвешиванию вершин корневых деревьев в первую очередь ориентированы на применение в информационно-поисковых системах, основанных на тематико-иерархическом мультирубрицированном индексировании информационных объектов. Расстояния между мультирубриками, характеризующие поисковые образы объектов и поисковых запросов в таких ИПС, предложенные в [9] и основанные на взвешивании вершин корневых деревьев иерархических рубрикаторов, обеспечивают эффективные поисковые механизмы с высокой релевантностью и возможностью ранжирования результатов поиска.

Вместе с тем взвешивание вершин корневых деревьев может требоваться при формализации и в других самых разнообразных предметных областях, в т.ч. в различных организационных, организационно-технических системах. Поэтому рассмотренные подходы к взвешиванию вершин корневого дерева имеют значение и в более широком смысле. В этом отношении одной из дальнейших задач является анализ особенностей применения представленных подходов к взвешиванию корневых деревьев с разной структурой (сильно ветвящихся, сбалансированных и т.д.) с построением эффективных алгоритмов реализации рассмотренных механизмов взвешивания вершин.

Литература

1. Калачихин П.А. Квалиметрия иерархических классификаторов областей науки // НТИ. Серия 1. Организация и методика информационной работы. 2025. № 3. С. 1-10.

2. Cacheda F., Carneiro V., Guerrero C., Viña A. Hybrid Architecture for Web Search Systems Based on Hierarchical Taxonomies // Journal of Information Science and Engineering. July 2006. 22(4). pp. 863-887.

3. Сайгин А.А., Федосин С.А. Использование локального подхода к иерархической классификации текстов // Инженерный вестник Дона, 2025, № 10. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_54N10y25_saygin_fedosin.pdf_b8707dbdf6.pdf.

4. Slavic A. Use of the Universal Decimal Classification // Journal of Documentation. March 2008. 64(2). pp. 211-228.

5. Антошкова О.А., Астахова Т.С., Белоозеров В.Н., Смирнова О.В., Соловьева И.М., Сукиасян Э.Р., Сурикова Н.Г., Чумакова Н.Ф. Индексирование фундаментальных научных направлений кодами информационных классификаций: Универсальная десятичная классификация / М: ВИНИТИ РАН, 2010. 322.

6. Белоозеров В.Н., Шапкин А.В. Формальная грамматика индексов Универсальной десятичной классификации // Библиосфера. 2018. № 4. С.106-110. DOI: 10.20913/1815-3186-2018-4-106-110.

7. Гайдамакин Н.А. Модель тематического разграничения доступа к информации при иерархической структуре классификатора в автоматизированных системах управления // Автоматика и телемеханика. 2003. № 3. С. 177-189.

8. Гайдамакин Н.А., Баранский В.А. Алгебра мультирубрик на корневых деревьях иерархических тематических классификаторов // Сиб. электрон. матем. изв. 2017. Т.14. С. 1030-1040.

9. Гайдамакин Н.А., Баранский В.А. Метрики на решетке мультирубрик рубрикаторного дерева // Сиб. электрон. матем. изв. 2018. Т.15. С. 1030-1040.

10. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. СПб: Лань, 2010. 368 с.

11. Баранский В.А., Кабанов В.В. Общая алгебра и ее приложения. Екатеринбург: УрГУ, 2008. 244 с.

12. Акопов Р. Двоичные деревья поиска // RSDN Magazine. 2003. № 5. URL: rsdn.org/article/alg/binstree.xml.

13. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы. М.: Издательство ФИЗМАТЛИТ, 2007. 168 с.

14. Иванова Л.Н., Луговской В.Д. Экспертные оценки в принятии управленческих решений // Современные научные исследования и инновации. 2020. № 10. URL: web.snauka.ru/issues/2020/10/93677.

15. Шабаева Ю.И. Групповая экспертная оценка значимости факторов на основе использования метода парного сравнения // Инженерный вестник Дона, 2014, №4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_109_Shabaeva.pdf_dde0d21c72.pdf.

References

1. Kalachikhin P.A. NTI. Seriya 1. Organizatsiya i metodika informatsionnoy raboty. 2025. № 3. pp. 1-10.

2. Cacheda F., Carneiro V., Guerrero C., Viña A. Journal of Information Science and Engineering. July 2006. 22(4). pp. 863-887.

3. Saygin A.A., Fedosin S.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2025, № 10. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_54N10y25_saygin_fedosin.pdf_b8707dbdf6.pdf.

4. Slavic A. Journal of Documentation. March 2008. 64(2). P. 211-228.

5. Antoshkova O.A., Astaxova T.S., Beloozerov V.N., Smirnova O.V., Solov`eva I.M., Sukiasyan E`.R., Surikova N.G., Chumakova N.F. Indeksirovaniye fundamental'nykh nauchnykh napravleniy kodami informatsionnykh klassifikatsiy: Universal'naya desyatichnaya klassifikatsiya. [Indexing of fundamental scientific fields by information classification codes: Universal decimal classification]. Moskva: VINITI RAN. 2010. 322 p.

6. Beloozerov V.N., Shapkin A.V. Bibliosfera. 2018. № 4. pp.106-110. DOI: 10.20913/1815-3186-2018-4-106-110.

7. Gaydamakin N.A. Avtomatika i telemekhanika. 2003. № 3. pp. 177-189.

8. Gaydamakin N.A., Baranskiy V.A. Sib. elektron. matem. izv. 2017. T.14. pp. 1030-1040.

9. Gaydamakin N.A., Baranskiy V.A. Sib. elektron. matem. izv. 2018. T.15. pp. 1030-1040.

10. Asanov M.O., Baranskiy V.A., Rasin V.V. Diskretnaya matematika: grafy, matroidy, algoritmy [Discrete Mathematics: Graphs, Matroids, Algorithms]. SPb.: Lan', 2010. 368 p.

11. Baranskiy V.A., Kabanov V.V. Obshchaya algebra i yeye prilozheniya. [General algebra and its applications]. Yekaterinburg: UrGU, 2008. 244 p.

12. Akopov R. RSDN Magazine. 2003. № 5. URL: rsdn.org/article/alg/binstree.xml

13. Kirsanov M.N. Grafy v Maple. Zadachi, algoritmy, programmy [Graphs in Maple: Problems, Algorithms, and Programs]. M.: Izdatel'stvo FIZMATLIT. 2007. 168 p.

14. Ivanova L.N., Lugovskoy V.D. Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovatsii. 2020. № 10. URL: web.snauka.ru/issues/2020/10/93677.

15. Shabayeva YU.I. Inzhenernyj vestnik Dona. 2014. №4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_109_Shabaeva. pdf_dde0d21c72.pdf.

Автор согласны на обработку и хранение персональных данных.

Дата поступления: 9.10.2025

Дата публикации: 27.11.2025