
Оптимизация траекторий движения параллельных роботов в процессе позиционирования

С.Ю. Халапян, А.О. Антилов, В.А. Меркулов

Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) Национального исследовательского технологического университета «МИСИС», Старый Оскол

Аннотация: Работа посвящена задаче оптимизации траекторий движения параллельных роботов в процессе позиционирования. Обсуждается задача минимизации длительности цикла позиционирования робота для увеличения его производительности. Сформулирована новая оптимизационная задача, направленная на минимизацию суммарного пробега электроприводов за время цикла с целью повышения энергоэффективности робота. Предложены целевые функции оптимизационных задач на основе модифицированных метрик: манхэттенской и Чебышёва. Сравнение эффективности использования оптимальных траекторий взамен «очевидных» проведено для различных параллельных роботов: планарного, трипода, дельта-робота. Сделаны выводы об основных требованиях к траектории движения робота для обеспечения максимальных его производительности и энергоэффективности.

Ключевые слова: параллельный робот, производительность, длительность цикла позиционирования, энергоэффективность, пробег электропривода, целевая функция, метрика Чебышёва, манхэттенская метрика, оптимальная траектория, сравнительное моделирование, планарный робот, робот-трипод, дельта-робот.

Параллельные роботы [1 - 3] и роботизированные системы на их основе все более активно применяются в настоящее время в различных отраслях экономики. Преимущества параллельных роботов, связанные с их механической жесткостью и точностью позиционирования, широко известны.

Поскольку производительность и энергоэффективность являются важнейшими характеристиками роботов, во многом определяющими целесообразность их применения, улучшение этих характеристик представляет собой актуальную задачу.

Одним из весьма распространенных режимов функционирования роботов является режим позиционирования, при котором концевой эффектор должен перемещаться таким образом, чтобы обойти в определенной последовательности заданные точки пространства. При этом траектория

такого перемещения может быть в определенной мере произвольной. Требуется лишь, чтобы она была безопасной, т. е. не связанной с выходом за границы рабочего пространства робота, опасным приближением к областям сингулярности, исключала столкновение с другими объектами.

Это позволяет при выборе конкретной траектории перемещения ориентироваться на длительность цикла позиционирования и затраты электроэнергии.

Оптимизационная задача, направленная на минимизацию длительности позиционирования параллельного робота, формулировка и решение которой приведены в работе [4].

Поскольку общее время позиционирования равно сумме длительностей отдельных шагов, каждая из которых определяется наибольшим среди приводных звеньев изменением входной координаты за время шага, оптимизацию траектории предлагается проводить в пространстве входных координат механизма, а в качестве целевой функции использовать модифицированную метрику Чебышёва:

$$\sum_{i=1}^K \left(\max_{j \in \{1,2,\dots,m\}} |\Delta l_{i,j}| + \gamma \sqrt{\sum_{j=1}^m (\Delta l_{i,j})^2} \right) \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $\Delta l_{i,j} = l_{i,j} - l_{i-1,j}$ – изменение состояния j -той входной координаты механизма (длины или угла поворота приводного звена) на i -том шаге траектории, $j \in \{1,2,\dots,m\}$, $i \in \{1,2,\dots,K\}$, $\gamma \ll 1$ – малый весовой коэффициент евклидовой метрики, введение которой призвано устраниć неопределенность результата оптимизации, возникающую при использовании классической метрики Чебышёва, предотвратить безосновательное изменение скорости и реверс приводов.

Потребление роботом электроэнергии на позиционирование равно сумме ее расходов на отдельных шагах траектории, а каждый из этих

расходов определяется суммарным изменением длины приводных звеньев за время шага, поэтому в качестве целевой функции для задачи оптимизации в этом случае может быть использована манхэттенская метрика в пространстве входных координат механизма:

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m |\Delta l_{i,j}| \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для устранения неопределенности результата оптимизации выражение (2) может быть также дополнено евклидовой метрикой, взятой с малым весовым коэффициентом:

$$\sum_{i=1}^K \left(\sum_{j=1}^m |\Delta l_{i,j}| + \gamma \sqrt{\sum_{j=1}^m (\Delta l_{i,j})^2} \right) \rightarrow \min, \quad (3)$$

Заметим, что в сформулированной таким образом оптимационной задаче, направленной на выбор траектории с минимальным энергопотреблением, может быть применено ограничение по предельной длительности позиционирования. Аналогично задача оптимизации длительности может быть дополнена ограничением по предельному энергопотреблению.

Наконец, функции (1) и (3) могут быть при необходимости скомбинированы:

$$\sum_{i=1}^K \left(\alpha \max_j |\Delta l_{i,j}| + \beta \sum_{j=1}^m |\Delta l_{i,j}| + \gamma \sqrt{\sum_{j=1}^m (\Delta l_{i,j})^2} \right) \rightarrow \min, \quad (4)$$

где α, β, γ – весовые коэффициенты, причем $\gamma \ll \alpha, \gamma \ll \beta$, α и β выбираются в зависимости от предъявляемых к системе управления требований с учетом того, что для одной и той же траектории отношение манхэттенской метрики к

метрике Чебышёва лежит в диапазоне $[1, m]$. Обнуление одного из весов α или β сведет комбинированный критерий к одному из рассмотренных ранее.

Оптимизация заключается в определении значений $l_{i,j}$, обеспечивающих минимум (1), (3) или (4) и удовлетворяющих при этом всем имеющимся ограничениям. Анализ предложенных целевых функций показывает, что оптимальная траектория во входных координатах представляет собой ломаную линию, звенья которой соединяют начальную точку траектории $l_{0,j}$, промежуточные точки, определяемые ограничениями, и конечную точку $l_{K,j}$. Если же отрезок, соединяющий начальную и конечную точки проходит полностью в пределах рабочего пространства и все его точки удовлетворяют ограничениям, оптимальная траектория совпадает с этим отрезком.

Сравним для различных параллельных механизмов длительность позиционирования и затраты энергии на некоторой «очевидной» и на оптимальной траекториях. Для этого воспользуемся моделью робота с тремя параллельными кинематическими цепями, описанной, например, в работе [2].

1. Рассмотрим перемещение подвижной платформы планарного 3-RPR-робота [5, 6] в пределах рабочей области. Пусть координата u центра его подвижной платформы и угол ее поворота φ в начальной и конечной точках совпадают.

Замена «очевидного» в этом случае параллельного переноса вдоль оси x (рис. 1) на оптимальную траекторию, фазы которой приведены на рис. 2, позволяет, как видно из графиков изменения длин штанг (рис. 3, 4), сократить расход времени на 10 %. Сравнительный анализ графиков позволяет также сделать вывод об уменьшении суммарного пробега электроприводов, а значит и энергопотребления робота примерно на 22 %.

2. Робот-трипод (3RPS-робот) [7, 8] отрабатывал аналогичную ситуацию – изменение одной из выходных координат механизма.

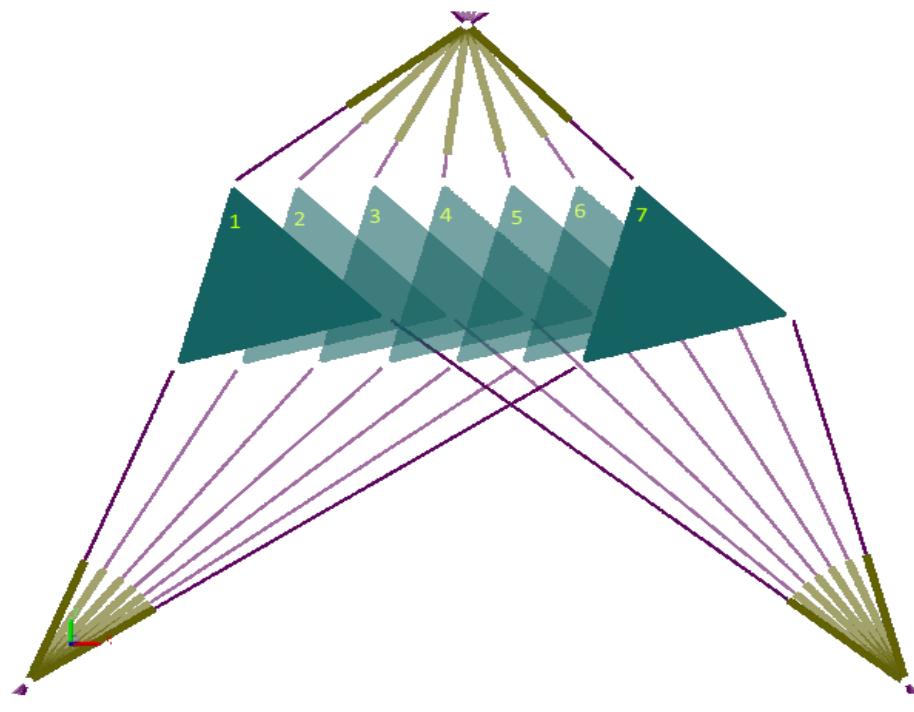


Рис. 1. – Фазы движения планарного 3-RPR-робота по исходной траектории

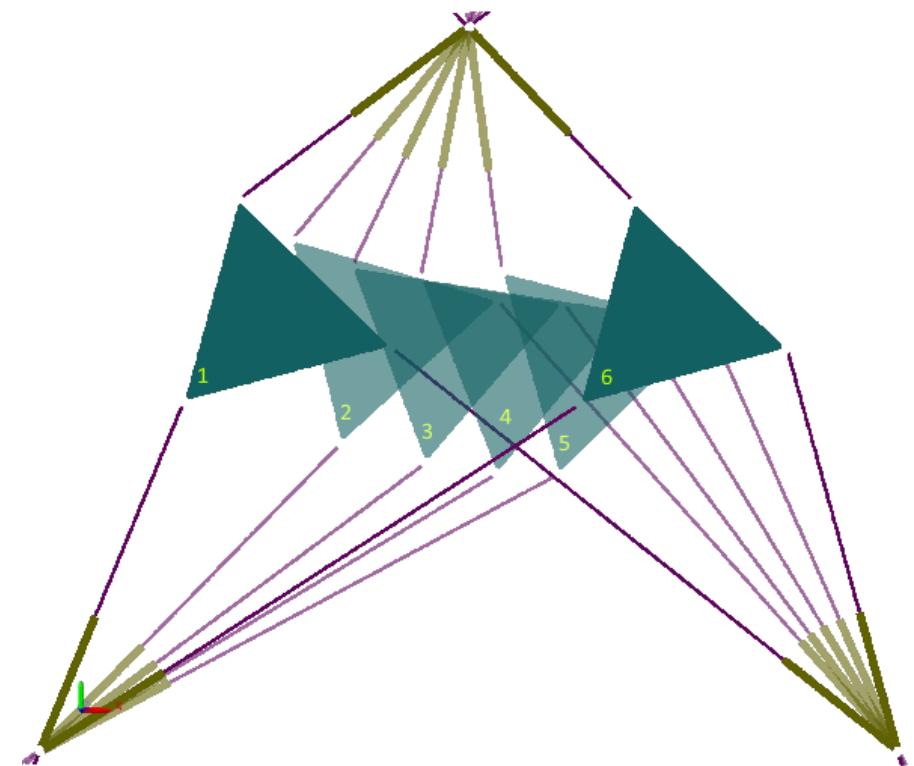


Рис. 2. – Фазы движения планарного 3-RPR-робота
по оптимальной траектории

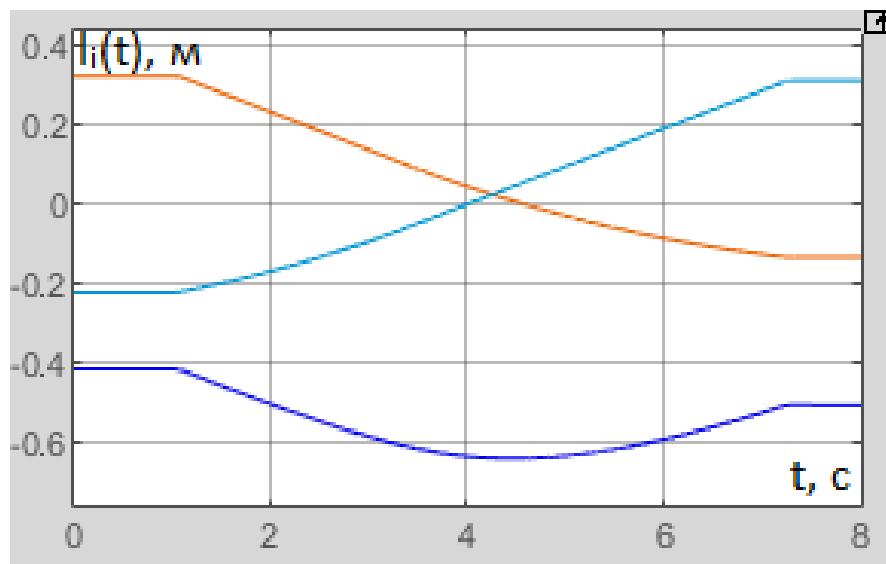


Рис. 3. – График изменения длин штанг при движении подвижной платформы планарного 3-RPR-робота по исходной траектории

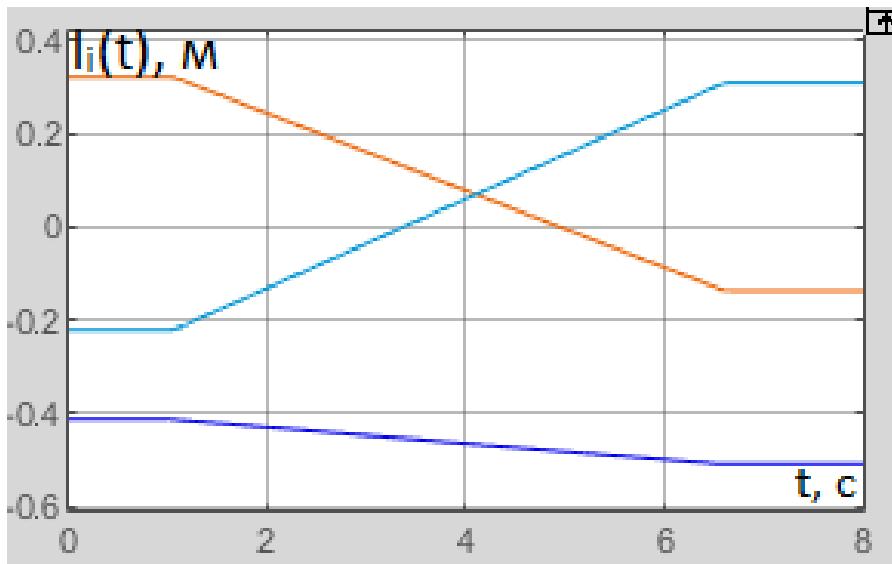


Рис. 4. – График изменения длин штанг при движении подвижной платформы планарного 3-RPR-робота по оптимальной траектории

Замена поворота вокруг вертикальной оси на 150° (рис. 5) на оптимальную траекторию (рис. 6), позволила сократить расход времени более, чем на 25 %, а энергопотребление – на 30 % (рис. 7, 8).

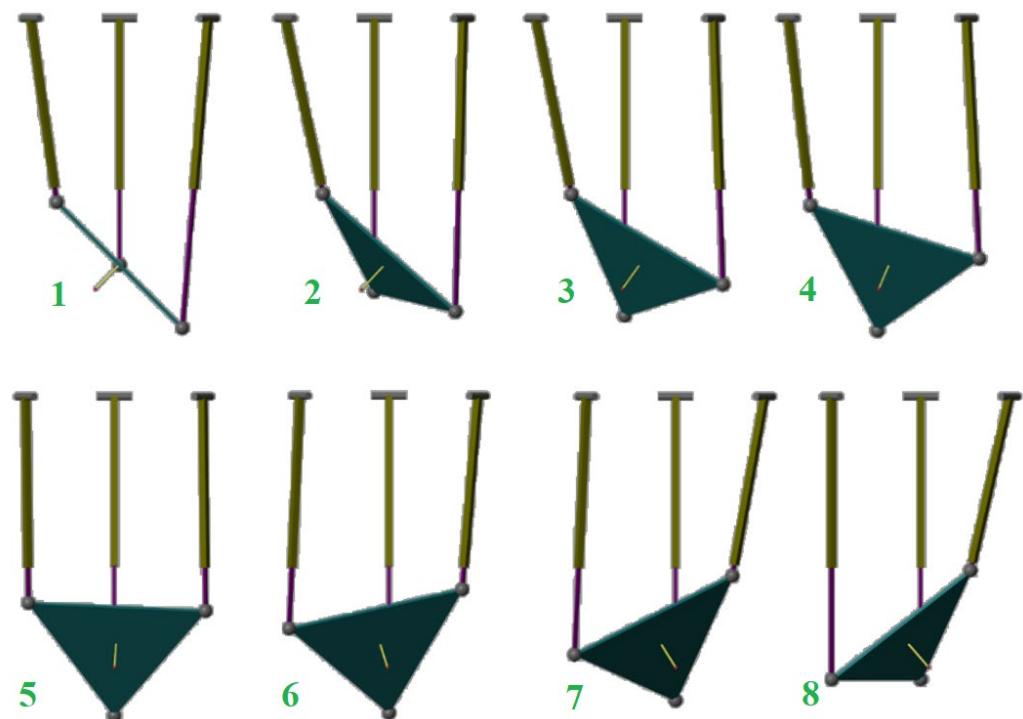


Рис. 5. – Фазы движения робота-трипода по исходной траектории

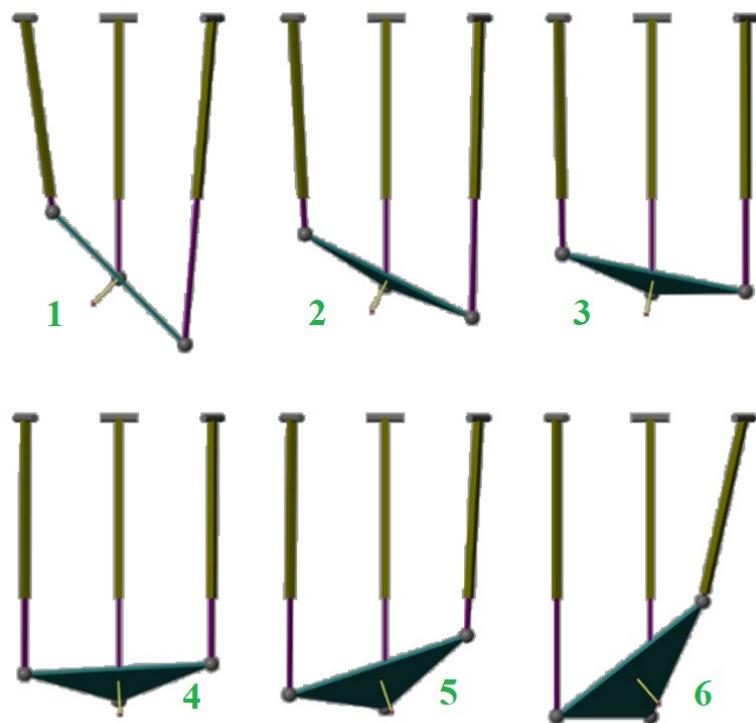


Рис. 6. – Фазы движения робота-трипода по оптимальной траектории

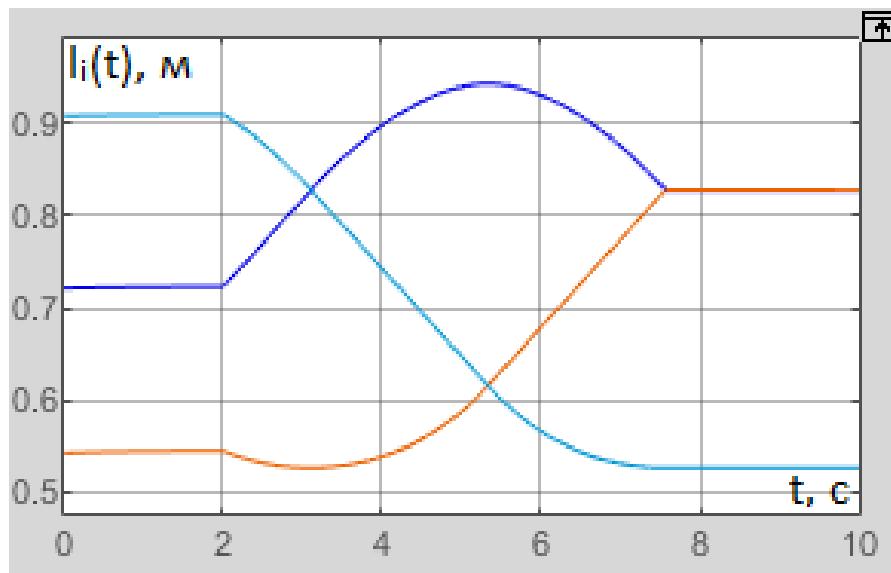


Рис. 7. – График изменения длин штанг при движении подвижной платформы робота-трипода по исходной траектории

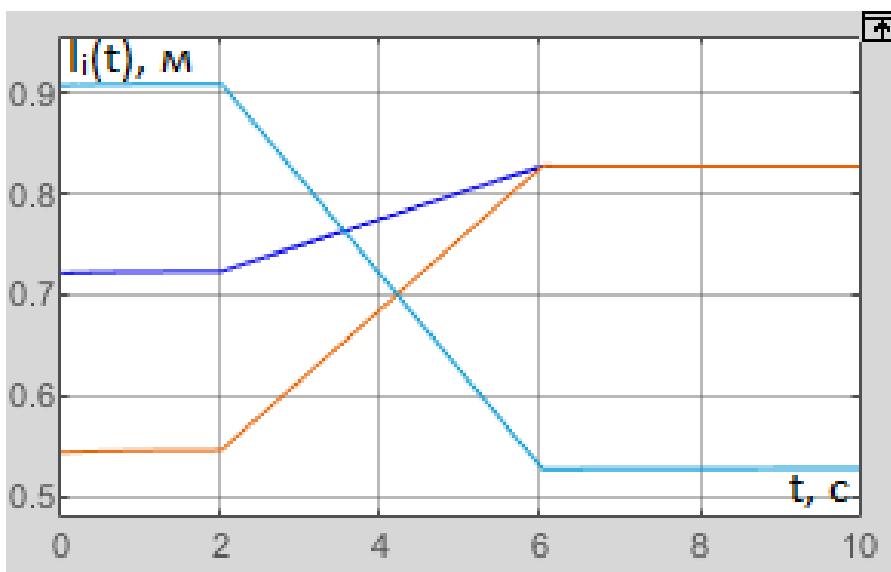


Рис. 8. – График изменения длин штанг при движении подвижной платформы робота-трипода по оптимальной траектории

3. Замена прямолинейной (в пространстве xyz) траектории (рис. 9) на оптимальную (рис. 10), позволила сократить расход времени работы дельта-робота [9, 10] на 17 % (рис. 11, 12). По энергопотреблению преимущество оптимальной траектории оказалось на уровне погрешности, менее 1 %.

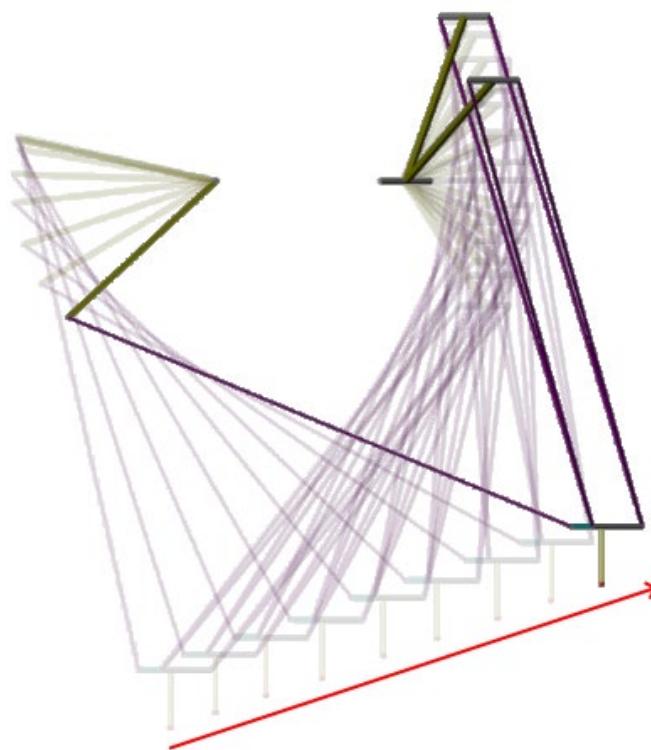


Рис. 9. – Фазы движения дельта-робота по исходной траектории

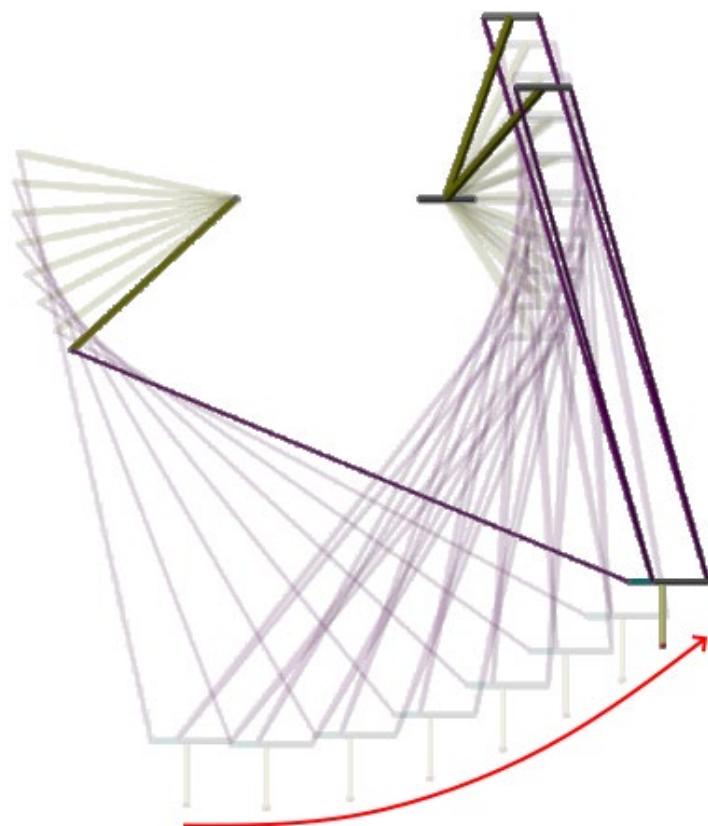


Рис. 10. – Фазы движения дельта-робота по оптимальной траектории

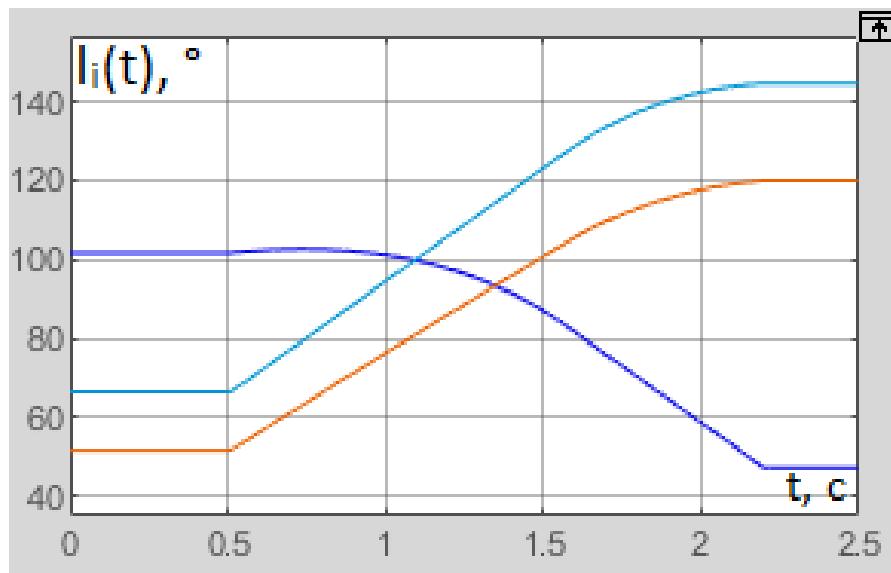


Рис. 11. – График изменения состояния поворотных шарниров при движении подвижной платформы дельта-робота по исходной траектории

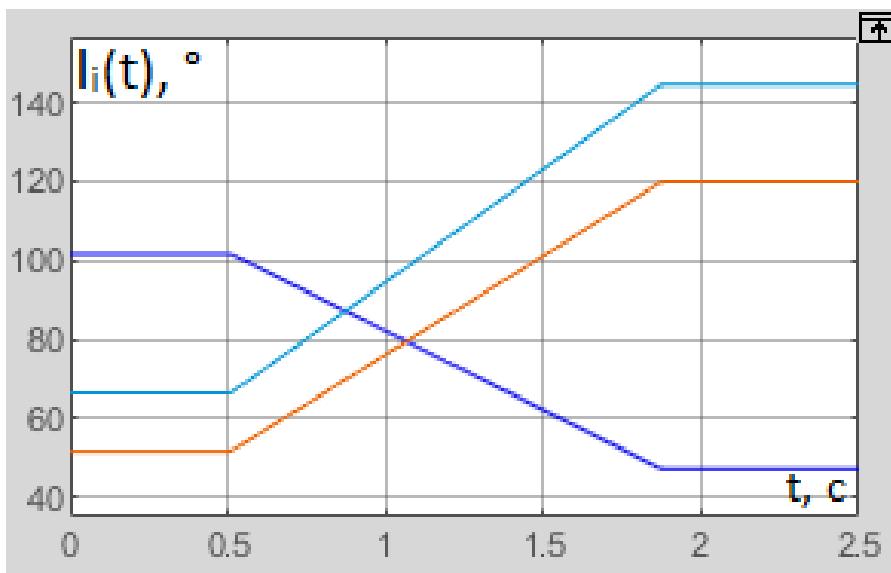


Рис. 12. – График изменения состояния поворотных шарниров при движении подвижной платформы дельта-робота по оптимальной траектории

Проведенная экспериментальная проверка на примере планарного робота, трипода и дельта-робота показала, что для параллельных роботов, имеющих нелинейную зависимость между входными и выходными координатами (а таких большинство), предложенная методика позволяет

минимизировать длительность цикла позиционирования и энергопотребление.

При этом для обеспечения максимальной производительности достаточно выбрать траекторию, предусматривающую постоянное движение привода, который должен выполнить наибольшее перемещение, с максимальной скоростью. Для обеспечения энергоэффективности близкой к максимальной достаточно исключить реверс приводов.

В ходе проведенного исследования сформулирована оптимизационная задача, направленная на минимизацию суммарного пробега электроприводов за время цикла с целью повышения энергоэффективности робота. Предложены целевые функции оптимизационных задач на основе модифицированных метрик: манхэттенской и Чебышёва. Сравнение эффективности использования оптимальных траекторий взамен «очевидных» проведено для различных параллельных роботов: планарного, трипода, дельта-робота. Сформулированы требования к траектории движения робота для максимизации его производительности и энергоэффективности.

Литература

1. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // Доклады академии наук. 2014. Т. 459. № 4. С. 428-431.
2. Халапян С.Ю., Анпилов А.О., Бородин Р.С. Анализ целесообразности применения дробно-степенных регуляторов в системе управления параллельным роботом // Инженерный вестник Дона. 2025. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9784.
3. Полянина, А.С. Управление плоскопараллельным роботом с использованием скользящего режима // Инженерный вестник Дона. 2025. № 7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2025/10191.

4. Rybak L.A., Khalapyan S.Y., Malyshev D.I. Optimization of the trajectory of movement of a parallel robot based on a modified ACO algorithm // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 560 (1). P. 012036.
5. Эрастова, К.Г., Ларюшкин П.А. Исследование рабочей зоны и особых положений плоского 3-RPR манипулятора в среде MATLAB // Инженерный вестник. 2016. № 7. С. 1-7.
6. Ларюшкин П.А., Епанчинцева Д.С. Уравнения связи и решение обратной задачи о положениях для плоских механизмов параллельной структуры произвольной геометрии // Инженерный вестник. 2015. № 9. С. 12-21.
7. Tao, G., Shang C., Meng D. Adaptive robust posture control of a 3-RPS pneumatic parallel platform with unknown deadzone // Mathematical Problems in Engineering. 2016. Vol. 2016. P. 2034923.
8. Жетенбаев Н., Жауыт А., Балбаев Г., Алипбаев К, Шингисов Б. Разработка робота-манипулятора 3-PRS для реабилитации голеностопного сустава // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. 2023. № 1(124). С. 254-263.
9. Зражевский, А. В. Трехмерное моделирование дельта-робота для 3D печати // Высокие технологии и инновации в науке: сборник избранных статей Международной научной конференции. Санкт-Петербург: «НАЦРАЗВИТИЕ», 2021. С. 81-84.
10. Лянлян, Ч., Гаврюшин С.С. Анализ динамических погрешностей дельта-робота, вызванных упругой деформацией компонентов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2024. № 6(771). С. 55-65.

References

1. Ganiev R.F., Glazunov V.A. Doklady akademii nauk. 2014. Vol. 459. № 4. pp. 428-431.

2. Khalapyan S.Y., Anpilov A.O., Borodin R.S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2025. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9784.
3. Polyanina, A.S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2025. № 7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2025/10191.
4. Rybak L.A., Khalapyan S.Y., Malyshev D.I. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 560(1). P. 012036.
5. Erastova, K.G., Laryushkin P.A. Inzhenernyj vestnik. 2016. № 7. pp. 1-7.
6. Laryushkin P.A., Epanchinceva D.S. Inzhenernyj vestnik. 2015. № 9. pp. 12-21.
7. Tao, G., Shang C., Meng D. Mathematical Problems in Engineering. 2016. Vol. 2016. P. 2034923.
8. ZHetenbaev N., ZHauyt A., Balbaev G., Alipbaev K, SHingisov B. Vestnik Kazahskoj akademii transporta i kommunikacij im. M. Tynyshpaeva. 2023. № 1(124). pp. 254-263.
9. Zrazhevskij, A. V. Vysokie tekhnologii i innovacii v naуke: sbornik izbrannyyh statej Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. Saint-Peterburg, 2021, pp. 81-84.
10. Lyanlyan, CH., Gavryushin S.S. Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie. 2024. № 6(771). pp. 55-65.

Дата поступления: 5.12.2025

Дата публикации: 8.01.2026