
Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрического устройства накопления энергии цилиндрической конструкции

Ле Ван Зыонг

ГТУ им. Ле Куи Дона, г. Ханой, Вьетнам.

Аннотация: В работе рассматривается моделирование пьезоэлектрического генератора (ПЭГ), который является элементом устройства накопления энергии. ПЭГ представляет собой цилиндрическую форму с прикрепленной к нему инерционной массой. Корпус устройства совершает вертикальные гармонические колебания с заданной амплитудой и частотой. С помощью разработанных моделей, прямыми расчетами в конечно-элементных (КЭ) пакетах ANSYS и ACELAN, исследуются зависимости собственных частот и выходного напряжения от геометрических размеров, сочетания материалов. Численно исследованы два случая колебания на резонансной частоте и колебания в низкочастотной области на частоте значительно меньшей частоты первого резонанса. Кроме того, в этой работе исследуются упрощенные модели учета инерционной массы.

Ключевые слова: КЭ, накопление энергии, оптимизация, резонансная частота, цилиндрическая конструкция, пьезоэлектрический генератор (ПЭГ).

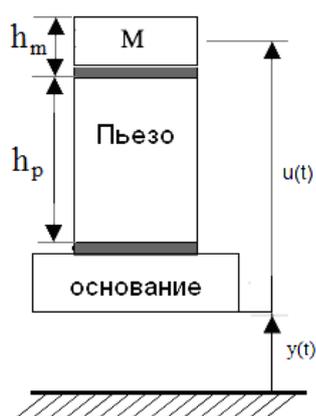
Введение

Накопления энергии предназначены для получения энергии из среды, окружающей систему, и преобразования ее в полезную электрическую энергию для питания каких-либо полезных устройств. Концепция накопления энергии движется вперед к разработке устройств с автономным питанием, которые не требуют замены элементов питания. Распространенными типами этих устройств являются солнечные панели, использующие световую энергию, электромагнитные преобразователи механической энергии и др. Альтернативным источником энергии являются пьезоэлектрические устройства накопления энергии, которые позволяют собирать энергию от маломощных источников в окружающей среде, например, вибрация от качающихся мостов, движущихся механизмов и т.д. В

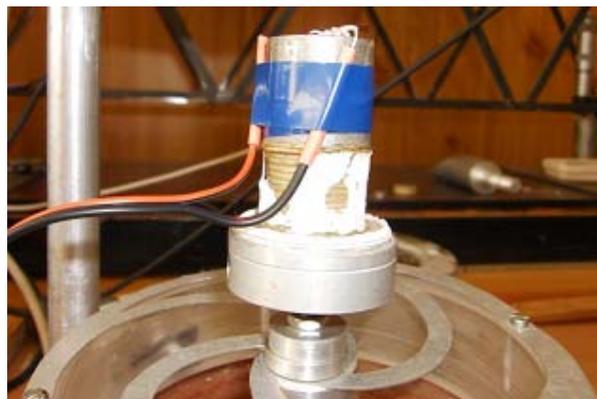
последнее время устройства накопления энергии, в частности пьезоэлектрические, широко изучаются, например в [1-10].

В последние были изучены многие источники энергии окружающей среды для применения в пьезоэлектрическом накоплении энергии. В работе [1] изучены расширение и сжатие грудной клетки при дыхании в качестве средства для получения энергии. В работе [2] исследована возможность использования повседневных действий человека для выработки энергии. В работе [3] изучено использование захвата энергии во время ходьбы. В работе [4] разработан пьезоэлектрический ремешок для рюкзака, преобразующий циклические нагружения в электрическую энергию с мощностью ~ 65 мВт. В работе [5] разработан механически усиленный многослойный пьезоэлектрик, который также может быть встроен в рюкзак для получения энергии. В работе [6] встроен многослойный пьезоэлектрик в коленный имплантат и охарактеризовали энергию, доступную для мониторинга при ношении этого протеза. В работе [7] изучено применение пьезоэлектрических полимеров для накопления энергии из воздушных и водных потоков. В работе [8] исследование тонкой биморфной пьезопластины проводится в рамках приближенной теории на основе уравнений Тимошенко. В работе [9] исследуется вопрос оптимизации конструкции изгибного ПЭГ в зависимости от условий крепления. Одним из средств улучшения характеристик ПЭГ является использование пьезокомпозиционных материалов, так в работе [10] представлены результаты вычислительных экспериментов по определению характеристик пористой пьезокерамики по методологии, включающей метод эффективных модулей.

В настоящей работе изучается ПЭГ, имеющий стековую конструкцию, где активный элемент состоит из одного или нескольких пьезоэлектрических слоев, схема и фотография такого устройства на стенде низкочастотных колебаний (разработано Рожковым Е.В.) представлены на рис. 1.



(а)



(б)

Рис. 1. - Схема ПЭГ стековой конфигурации.

Проектирование высокотехнологичных ПЭГ связаны с оптимизацией геометрии и выбора материалов элементов конструкции. Эта оптимизация невозможна без построения адекватных моделей: аналитических при учете одномерных движений, КЭ, когда вид внешних воздействий носит более сложный характер, упрощенных, когда деформацией отдельных элементов можно пренебречь. В работе изучается влияние отношения высот h_m , h_p (рис. 1а) при различных отношениях плотностей пьезокерамики и инерционной массы, а также сравниваются модели в которых учитывается и не учитывается деформация инерционной массы. Моделирование проводится в КЭ пакетах ANSYS и ACELAN.

1. Континуальные постановки задач акустоэлектроупругости

Стековое пьезоэлектрическое устройство накопления энергии (рис. 1) представляет собой составное упругое и электроупругое тело, которое совершает малые колебания в подвижной системе координат. Прямолинейное вертикальное движение этой системы задается законом $y(t)$, в соответствии с которыми движется основание устройства. В этих условия достаточно адекватной математической моделью функционирования

устройства является начально-краевая задача линейной теории электроупругости [11].

Рассмотрим некоторый пьезопреобразователь Ω , представленный набором областей $\Omega_j = \Omega_{pk}$; $k = 1, 2, \dots, N_p$; $j = k$ со свойствами пьезоэлектрических материалов и набором областей $\Omega_j = \Omega_{em}$; $m = 1, 2, \dots, N_e$; $j = N_p + m$ со свойствами упругих материалов. Будем считать, что физико-механические процессы, происходящие в средах Ω_{pk} и Ω_{em} , можно адекватно описать в рамках теорий пьезоэлектричества (электроупругости) и упругости.

Для пьезоэлектрических сред $\Omega_j = \Omega_{pk}$ предположим, что выполняются следующие полевые уравнения и определяющие соотношения:

$$\rho_{pk} \ddot{\mathbf{u}} + \alpha_{dj} \rho_j \dot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}_j; \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}_j^E \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \beta_{dj} \boldsymbol{\varepsilon}) - \mathbf{e}_j^T \cdot \mathbf{E}; \quad \mathbf{D} + \zeta_d \mathbf{D} = \mathbf{e}_j \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \zeta_d \boldsymbol{\varepsilon}) + \varepsilon_j^S \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) / 2; \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (3)$$

где $\rho(x)$ – плотность материала; $\mathbf{u}(x, t)$ – вектор-функция перемещений; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор механических напряжений; \mathbf{f} – вектор плотности массовых сил; \mathbf{D} – трехмерный вектор индукции электрического поля; \mathbf{c}_j^E – тензор четвертого ранга упругих модулей, измеренных при постоянном электрическом поле; \mathbf{e}_j – тензор пьезомодулей третьего ранга; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций; \mathbf{E} – трехмерный вектор напряженности электрического поля; $\varphi(x, t)$ – функция электрического потенциала; ε_j^S – тензор второго ранга диэлектрических проницаемостей, измеренных при постоянной деформации; $\alpha_{dj}, \beta_{dj}, \zeta_d$ – неотрицательные коэффициенты демпфирования [11], а остальные обозначения стандартны для теории электроупругости, за исключением дополнительного индекса "j", указывающего на принадлежность к среде Ω_j с номером j.

Для сред $\Omega_j = \Omega_{em}$ с чисто упругими свойствами будем учитывать только механические поля, для которых примем аналогичные (1) - (3) полевые уравнения и определяющие соотношения в пренебрежении электрическими полями и эффектами пьезоэлектрической связности.

К уравнениям (1) - (3) добавляются механические и электрические граничные условия, а также начальные условия в случае нестационарной задачи, среди которых отметим условие на электроде S_e связанным с электрической цепью устройства накопления энергии.

$$\int_{S_e} D_n ds = I, \quad (4)$$

где I - ток в цепи, который в случае свободного электрода равен нулю. В работе рассматриваются случаи подключения к электрической цепи с активным сопротивлением.

2. Численное моделирование

2.1. Осесимметричная модель

Рассмотрим цилиндрическую структуру ПЭГ, составленную из пьезоэлемента в форме короткого цилиндра и одного переходных упругих слоев такого же радиуса. Пьезоэлемент состоит из пьезокерамики PZT-4, поляризованной по толщине; материалы инерционного элемента – алюминий, сталь, и латунь ЛС59. Значения электроупругих модулей керамики PZT-4 приведены в таб. 1 и характеристики конструкционных материалов: алюминий, сталь, и латунь ЛС59 приведены в таб. 2.

Таблица 1

Материальные константы пьезокерамики PZT-4:

C_{11}^E	C_{12}^E	C_{13}^E	C_{33}^E	C_{44}^E	e_{31}	e_{33}	e_{15}	$\varepsilon_{11}/\varepsilon_0$	$\varepsilon_{33}/\varepsilon_0$
(ГПа)	(ГПа)	(ГПа)	(ГПа)	(ГПа)	(Кл/м ²)	(Кл/м ²)	(Кл/м ²)		
139	77,8	74,3	115	30,6	-5,2	15,1	12,7	730	635

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м; плотность $\rho = 7,5 \times 10^3$ кг/м³; $Q = 100$ – добротность.

Таблица 2

Характеристики конструкционных материалов

	Алюминий	Латунь ЛС59	Сталь
Плотность, $\rho \times 10^3$ (кг/м ³)	2,7	8,8	7,8
Модуль Юнга, $E \times 10^{10}$ (Па)	6,8	10,5	21
Коэффициент Пуассона, ν	0.36	0,17	0,3

Размеры устройства представлены на рис. 1а. Полная высота, состоящего из изоляторов, пьезоэлектрического и инерционного элементов, фиксирована и равна 7,5 мм.

В этой модели задано вертикальное перемещение смещение пластины $y(t)$ в месте закрепления. Внешние вибрационные гармонические воздействия имеют вид:

$$y = y_0 e^{-i(2\pi f)t} \quad (5)$$

где $y_0 = 0,1$ мм – амплитуда колебаний, f – частота колебания в Гц.

Геометрия исследуемого устройства (рис. 1), внешней воздействию и условия закрепления осесимметричны, поэтому в дальнейшем вместо трехмерной задачи рассматривается осесимметричная. В пакетах ANSYS и ACELAN построены КЭ модели рассматриваемых устройств с использованием осесимметричных конечных элементов PLANE13 и PLANE42.

2.2. Результаты численных расчетов

В настоящей работе изучается влияние размерных параметров устройства h_m (или h_p), и материала инерционного элемента на эффективную работу устройства, т.е. исследования заключается в том, что при каких значениях h_m (или h_p) напряжение V – достигает максимума.

При колебании на первой резонансной частоте. В работе рассматривается зависимости значения первой резонансной частоты f_r и

амплитудные значения электрического потенциала V на свободном электроде пьезоэлемента при колебании на первых резонансных частотах от материала и высоты пьезоэлемента h_p . Полученные зависимости представлены на рис. 2 (расчеты проводились в ANSYS).

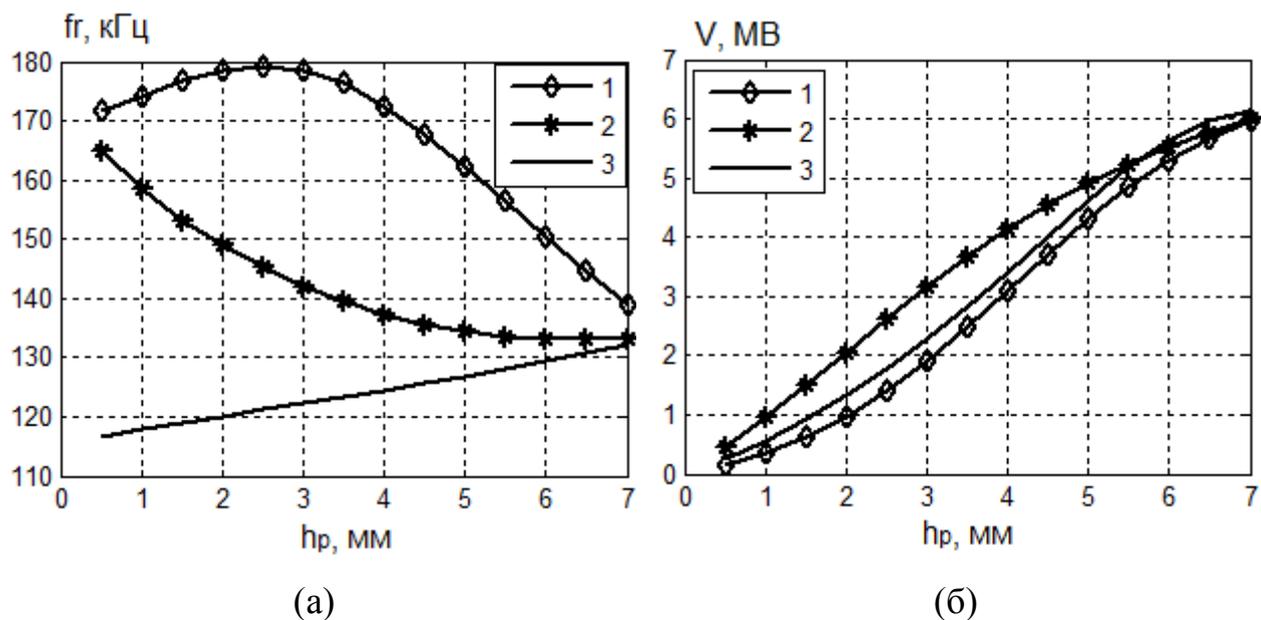


Рис. 2. - а) - первая резонансная частота; б) - электрической потенциал;
1 - алюминий; 2 - сталь; 3 - латунь ЛС59.

Как можно видеть из рис. 2а, значения первой резонансной частоты при материале инерционного элемента – сталь выше частот для инерционного элемента из латуни ЛС59, но ниже частот для инерционного элемента из алюминия. Результаты представленные на рис. 2б показывают, что значения выходного напряжения возрастают с ростом высоты пьезоэлемента h_p .

При колебании на нерезонансной частоте. Важной областью внешнего воздействия является низкочастотный диапазон 1-10 Гц для движения человека и 1 - 100 Гц для движения машины [12]. Таким образом, далее исследуется вопрос работы устройства на частоте значительно меньшей частоты первого резонанса, $f = 100$ Гц (расчеты проводились в ANSYS). Полученные зависимости значения выходного напряжения на

свободном электроде пьезоэлемента V от высоты пьезоэлемента h_p и материала инерционного элемента (алюминий, сталь, латунь ЛС59) представлены на рис. 3.

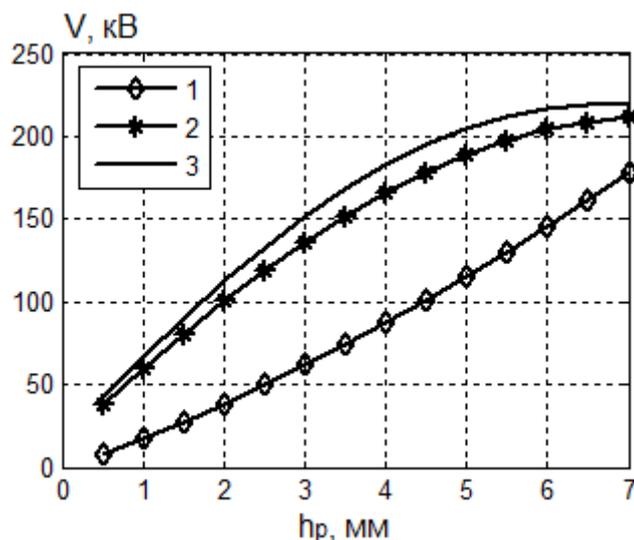


Рис. 3. - 1 - алюминий; 2 - сталь; 3 - латунь ЛС59.

Как можно видеть из рис. 3, значения выходного напряжения при материале инерционного элемента – сталь выше выходного напряжения для инерционного элемента из алюминия, но ниже для инерционного элемента из латуни ЛС59. Из рис. 3 видно, что значения высоты h_p , на котором значение напряжения является максимумом, зависит от значения плотности инерционных материалов.

Результаты, представленные на рис. 2 и рис. 3 позволяют выбрать высоты пьезоэлемента и материал инерционного элемента в зависимости от частоты вынужденных колебаний для эффективной работы устройства.

2.3. Упрощенная модель учета инерционной массы.

В Осесимметричной и плоской постановке рассматривается вопрос адекватности упрощенной КЭ модели, когда предполагается пренебрежение деформацией инерционного элемента. При этом механическое граничное условие на верхней поверхности пьезоэлемента имеет вид, учитывающий эту инерционную массу

$$\sigma_z = M\omega^2(u_z + y_0)/S, \tau_{zx} = 0 \text{ при } z = h_p \quad (6)$$

где M - инерционная масса (латунь ЛС59), ω - круговая частота колебаний, S - площадь верхнего участка пьезоэлемента, к которому должна быть прикреплена инерционная масса.

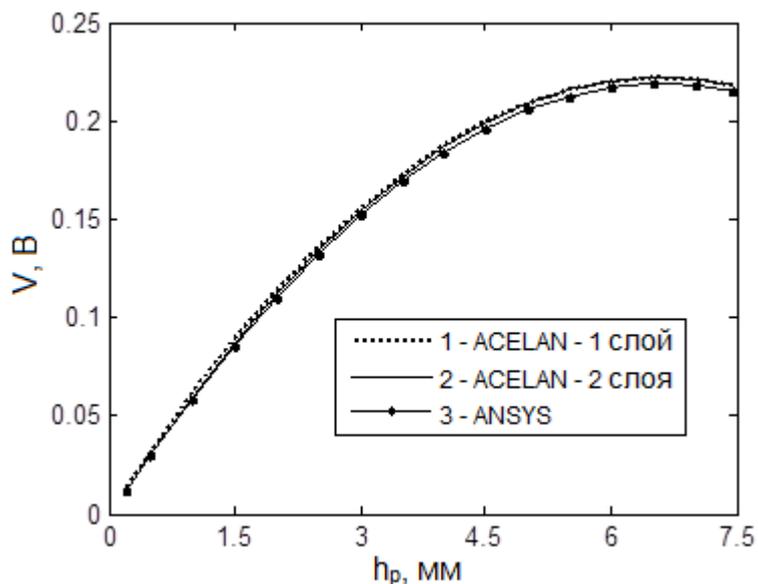
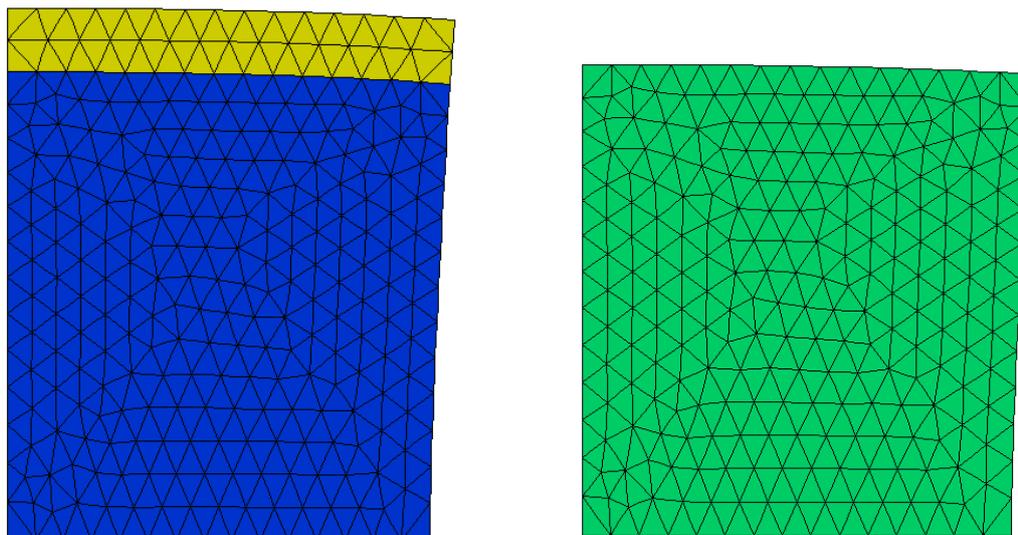


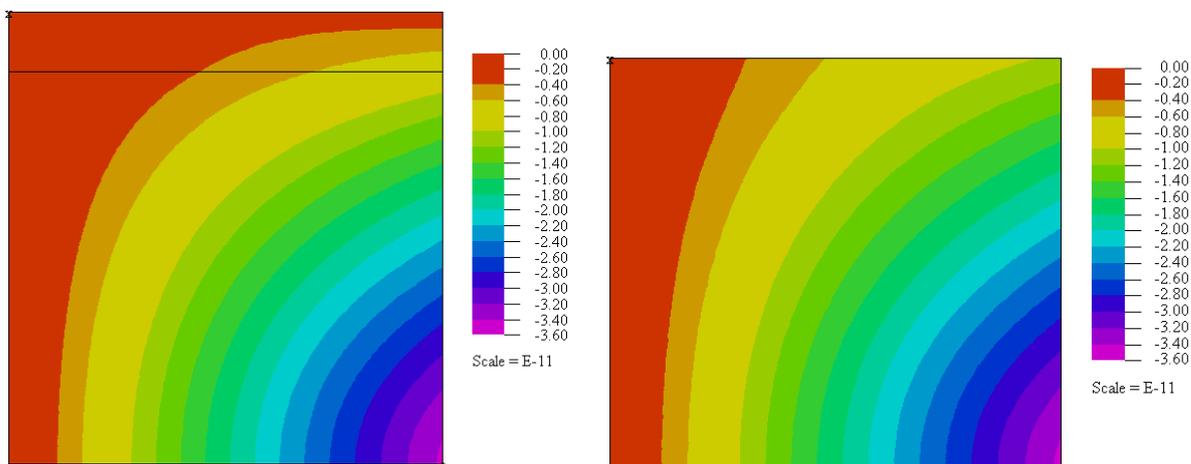
Рис. 4. - Зависимость электрического потенциала от высоты h_p

Так на рис. 4 представлены зависимости электрического потенциала на верхнем свободном электроде для частоты вынужденных колебаний 100 Гц (расчеты проводились в ACELAN и ANSYS). В зависимости от высоты инерционного слоя. Сплошная кривая со светлыми кружочками соответствует КЭ модели с двумя слоями (расчеты проводились в ACELAN и ANSYS), штриховая линия с крестиками соответствует модели с пьезокерамическим слоем (расчеты проводились в ACELAN) и граничными условиями (6).

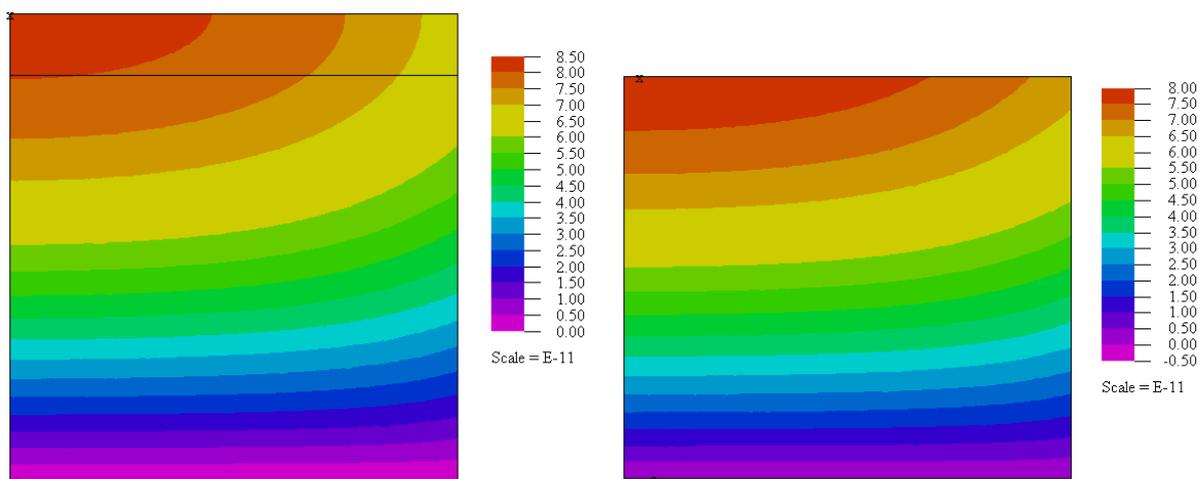
На рис. 5 представлены компоненты напряженно деформированного и электрического состояния пьезоэлемента при $h_p = 6,5$ мм, при этом слева изображены распределения для пьезоэлемента с учетом инерционной массы в КЭ модели, а справа для модели с граничными условиями (6).



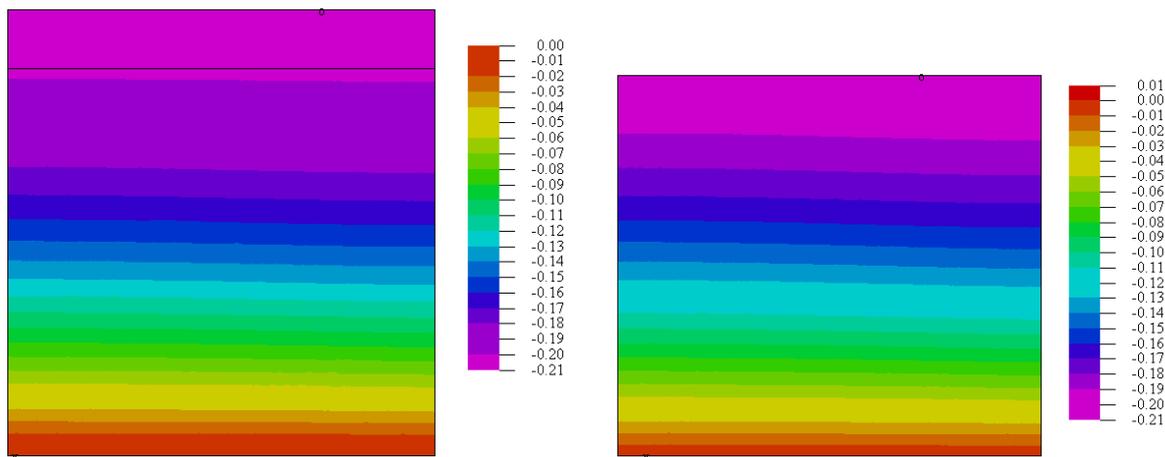
а) - Деформированное состояние области двух моделей.



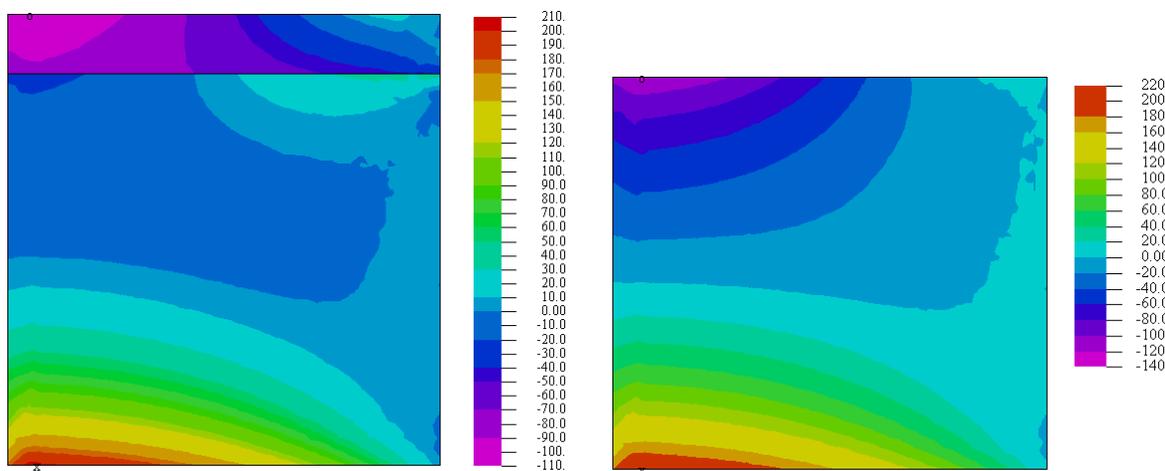
б) Распределение горизонтального смещения.



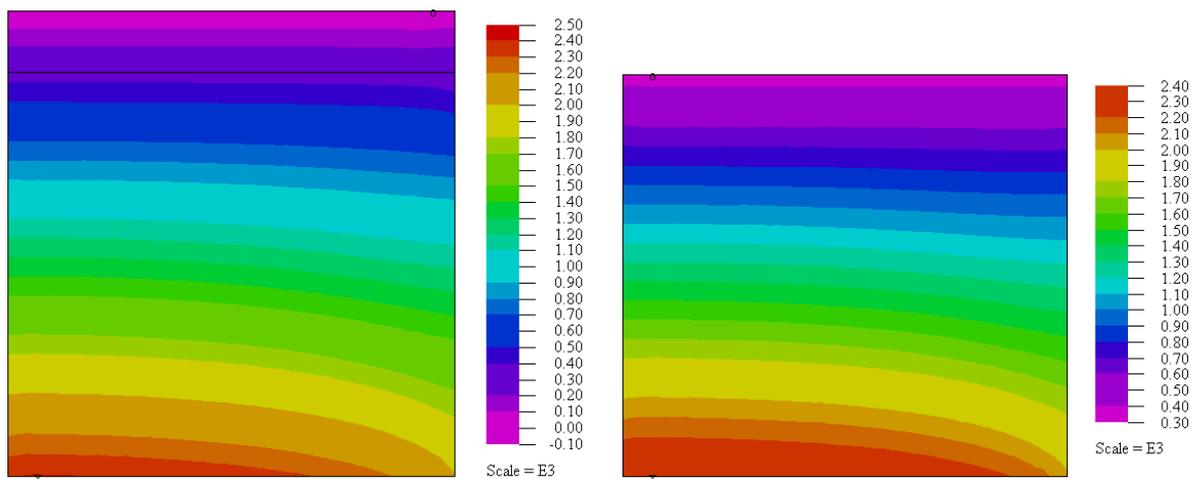
в) Распределение вертикального смещения.



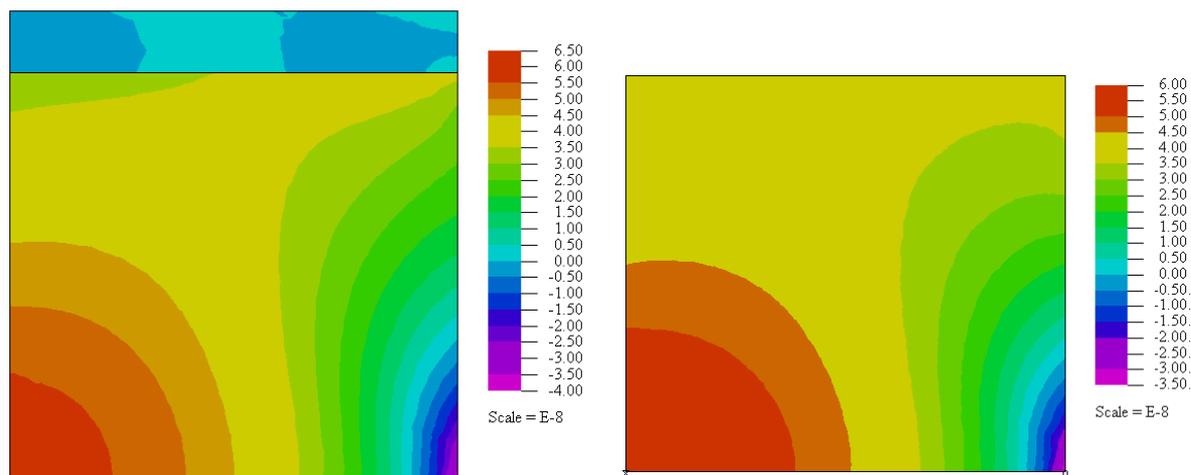
г) Распределение электрического потенциала.



д) Распределение механического напряжения σ_{11} .



к) Распределение механического напряжения σ_{33} .



л) Распределение вертикальной компоненты вектора электрической индукции.

Сравнение результатов расчетов по этим двум моделям показывает достаточно хорошее их совпадение, особенно в той части, где относительная высота инерционной массы не велика.

ВЫВОДЫ

В работе рассматривается КЭ модель в пакете ANSYS устройства накопления энергии на основе цилиндрической конструкции для кинематического возбуждения колебаний. Активным элементом устройства накопления энергии является пьезоэлектрическая керамика. В работе исследована эффективность устройства накопления энергии при колебании на первой резонансной частоте и в низкочастотной области на частоте значительно меньшей частоты первого резонанса в зависимости от его геометрических характеристик и материалов инерционного элемента в условиях некоторых ограничений на размеры устройства. Проведенные в работе расчеты позволяют выбрать рациональные размеры элементов и материалы инерционного элемента для достижения наибольшей эффективности устройства с заданной частотой собственных колебаний, которая в реальных условиях может определяться внешним воздействием.

Кроме того, в работе показывает границы применимости упрощенной модели учета инерционной массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Häslер E., Stein L., Harbauer G. Implantable physiological power supply with PVDF film. *Ferroelectrics*. 1984. - V. 60. - № 1. - pp.277-282.
2. Starner T. Human-powered wearable computing. *IBM systems Journal*. 1996. - V. 35. - № 3.4. - pp.618-629.
3. Kymissis J., Kendall C., Paradiso J., Gershenfeld N. Parasitic power harvesting in shoes: *IEEE*, 1998. - pp.132-139.
4. Granstrom J., Feenstra J., Sodano H.A., Farinholt K. Energy harvesting from a backpack instrumented with piezoelectric shoulder straps. *Smart Materials and Structures*. 2007. - V. 16. - № 5. - p.1810.
5. Feenstra J., Granstrom J., Sodano H. Energy harvesting through a backpack employing a mechanically amplified piezoelectric stack. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2008. - V. 22. - № 3. - pp.721-734.
6. Platt S.R., Farritor S., Garvin K., Haider H. The use of piezoelectric ceramics for electric power generation within orthopedic implants. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*. 2005. - V. 10. - № 4. - pp.455-461.
7. Taylor G.W., Burns J.R., Kammann S.A., Powers W.B., Welsh T.R. The energy harvesting eel: a small subsurface ocean/river power generator. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*. 2001. - V. 26. - № 4. - pp.539-547.
8. Шляхин Д. А. Вынужденные осесимметричные колебания тонкой круглой биморфной пластины ступенчато переменной толщины и жесткости // Инженерный вестник Дона, 2013, №1, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1516.
9. Мартыненко А.В. Исследование параметров осесимметричного изгибного пьезоэлектрического преобразователя при различных граничных

условиях // Инженерный вестник Дона, 2010, №3, URL:
ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206.

10. Наседкин А.В., Шевцова М.С. Сравнительный анализ результатов моделирования пористой пьезокерамики методами эффективных модулей и конечных элементов с экспериментальными данными // Инженерный вестник Дона, 2013, №2, URL:
ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1615.

11. Белоконь А.В., Наседкин А.В., Соловьев А.Н. Новые схемы конечно-элементного динамического анализа пьезоэлектрических устройств // Прикладная математика и механика, 2002. – №.3. – С.491-501.

12. Kulah H., Najafi K. Energy scavenging from low-frequency vibrations by using frequency up-conversion for wireless sensor applications. Sensors Journal, IEEE. - 2008. - V. 8. - № 3. - pp.261-268.

References

1. Häslер E., Stein L., Harbauer G. Implantable physiological power supply with PVDF film. Ferroelectrics. 1984. V. 60. № 1. pp.277-282.
2. Starner T. Human-powered wearable computing. IBM systems Journal. 1996. V. 35. № 3.4. pp.618-629.
3. Kymissis J., Kendall C., Paradiso J., Gershenfeld N. Parasitic power harvesting in shoes: IEEE, 1998. pp.132-139.
4. Granstrom J., Feenstra J., Sodano H.A., Farinholt K. Energy harvesting from a backpack instrumented with piezoelectric shoulder straps. Smart Materials and Structures. 2007. V. 16. № 5. p.1810.
5. Feenstra J., Granstrom J., Sodano H. Energy harvesting through a backpack employing a mechanically amplified piezoelectric stack. Mechanical Systems and Signal Processing. 2008. V. 22. № 3. pp.721-734.



6. Platt S.R., Farritor S., Garvin K., Haider H. The use of piezoelectric ceramics for electric power generation within orthopedic implants. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*. 2005. V. 10. № 4. pp.455-461.
7. Taylor G.W., Burns J.R., Kammann S.A., Powers W.B., Welsh T.R. The energy harvesting eel: a small subsurface ocean/river power generator. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*. 2001. V. 26. № 4. pp.539-547.
8. Shljahin D. A. *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*, 2013, №1, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1516.
9. Martynenko A.V. *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*, 2010, №3, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206.
10. Nasedkin A.V., Shevcova M.S. *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*, 2013, №2, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1615.
11. Belokon' A.V., Nasedkin A.V., Solov'ev A.N. *Prikladnaja matematika i mehanika*, 2002. №.3. pp.491-501.
12. Kulah H., Najafi K. Energy scavenging from low-frequency vibrations by using frequency up-conversion for wireless sensor applications. *Sensors Journal, IEEE*. 2008. V. 8. № 3. pp. 261-268.