

Алгоритм схемотехнического анализа робастности мемристора для применения в устройствах искусственного интеллекта в условиях интервальной неопределенности параметров

А.В. Бондарев

Филиал Уфимского университета науки и технологий в г. Кумертау

Аннотация: В статье рассматриваются вопросы оценки робастности мемристорных элементов с целью повышения надежности систем искусственного интеллекта на основе нанoeлектронных структур. Система нелинейных уравнений, описывающая ВАХ мемристора, входные сигналы которого могут сильно зависеть от различных параметров, не может быть решена методами, доступными стандартной математике.

Для достижения результата предлагается, чтобы система уравнений решалась методами интервальной арифметики. Ценность промежуточных решений заключается в том, что они обеспечивают доступ к наиболее надежным решениям базовых задач с учетом возможных изменений исходных и расчетных значений.

Интервальное исчисление заменяет операции и функции над одиночными действительными величинами на операции и функции над замкнутыми числовыми отрезками, трактуемыми как множества допустимых значений. Базовой сущностью служит интервал, удерживающий нижнюю и верхнюю границы величины с учётом неопределённостей. Такой подход сохраняет включённость: получаемые интервальные образы гарантированно охватывают истинное решение задачи. Конструкция строится как расширение обычной арифметики действительных и комплексных чисел на интервальные множества, с сохранением упорядоченности и монотонности операций, что обеспечивает корректную обработку нелинейных преобразований и композиций функций при машинном округлении.

Использование интервального вычисления может помочь уменьшить ошибки при вычислениях и хранении данных в электронных устройствах. Например, при использовании мемристоров для хранения информации, интервальное вычисление может помочь учесть факторы, влияющие на ошибки чтения и записи данных. Применение интервальной арифметики переводит погрешности измерений и моделирования в явные

допуски: все вычисления ведутся с границами, отражающими реальную неопределённость параметров и возмущений. Итогом выступают гарантированные коридоры для токов, напряжений и состояний памяти мемристорных узлов; вероятность просчётов снижается, а прогноз поведенческих характеристик приобретает устойчивость к разбросам и шуму.

Предлагаемый в статье алгоритм оценки робастности мемристора в режиме, учитывающий значительные с точки зрения надежности приращения нелинейностей электрических параметров позволяет рассчитать характеристики разрабатываемых схем и снизить время, потраченное на схемотехническое при поиске лучшего варианта.

Ключевые слова: мемристор, многополюсник, топологический граф, конечные приращения, структурно-параметрическая модель, алгоритм.

Введение

Мемристорные структуры сочетают удержание внутреннего состояния без питания с управляемой нелинейной проводимостью; на этой основе проектируют классы нанoeлектронных устройств, претендующих на замену традиционных компонентов и на прирост быстродействия и энергоэффективности электронных систем [1]. Энергонезависимое хранение создаёт основу для вычислений «в памяти»: логические операции выполняются в самой матрице хранения, что сокращает обмен данными между процессором и памятью, разгружает узкое место архитектуры фон Неймана и ускоряет обработку больших массивов [2]. Такая организация уменьшает трафик по шинам, снижает энергозатраты на перемещение данных и упрощает масштабирование кроссбар-массивов под задачи ИИ.

Развитие мемристорных устройств достигло больших результатов: число циклов записи/чтения достигает порядка 120 миллиардов, а время хранения данных около 10 лет и более. Также реализованы сверхвысокие плотности кроссбар-массивов с масштабируемостью до 2-10 нанометров [2].

Сегодня одним из наиболее распространенных типов памяти является оперативная память (RAM) или память с произвольным доступом. Она обеспечивает быстрый доступ к данным, однако не может сохранять данные при отключении питания, что может привести к потере данных.

С другой стороны, флэш-накопители могут сохранять данные даже при отсутствии питания благодаря использованию специальных технологий. Они обеспечивают надежное хранение данных, однако такой тип памяти работает медленнее, чем RAM, и требует более высоких затрат на производство. Мемристоры представляют собой перспективный тип памяти, который сможет стать альтернативой для RAM и флэш-памяти в будущем. Они смогут обеспечить высокую скорость доступа к данным, надежность хранения информации и возможность работы без необходимости постоянного питания.

Мемристоры обладают рядом свойств, которые делают их интересными для ученых:

- требуют меньше энергии для работы;
- работают быстрее, чем нынешние технологии твердотельного хранения данных;
- могут хранить по крайней мере вдвое больше данных на той же площади;
- практически не подвержены воздействию радиации, которая может разрушить технологии на основе транзисторов.

При переходе к нанометровым масштабам на динамику квазичастиц начинают существенно влиять квантово-механические эффекты: возрастает внутренняя неустойчивость, возникают самопроизвольные электрические

автоколебания, температурные градиенты усиливают дрейф параметров и снижает предсказуемость работы узлов. На этой основе ставится задача оценки робастности нанoeлектронных структур на мемристорной базе в постановке конечных приращений электрических величин при неопределённых внешних возмущениях.

Материалы и методы

Общий алгоритм расчета. На основе работы [3], в которой более подробно рассматривается анализ робастности бортового оборудования, можно выделить следующий алгоритм подобных анализов:

- 1) На первом этапе необходимо определить исходный базовый набор элементов (линейные и нелинейные пассивные элементы, реактивные элементы и зависимые и независимые активные элементы);
- 2) На втором этапе необходимо преобразовать исходный базисный набор элементов в базисный набор элементов в отклонениях (или в возмущенном режиме, или в конечных приращениях);
- 3) Третий этап позволяет провести топологический анализ, посредством построения графа эквивалентной схемы. Необходимо выявить множество ребер и хорд топологического графа и определить исходную систему топологических уравнений по законам Кирхгофа в номинальном режиме;
- 4) На четвертом этапе нужно определить матрицы главных сечений и главных контуров для того, чтобы система топологических уравнений была алгоритмически-разрешима;
- 5) На пятом этапе необходимо провести декомпозицию системы уравнений (разбиваем матрицы главных сечений и главных контуров на составляющие ребра и хорды). Затем необходимо поставить параметрические уравнения в систему уравнений и исключить промежуточные переменные

(остаются только реактивные и нелинейные элементы). Такая структура помогает обеспечить алгебраическую разрешимость модели и получить, таким образом, систему нелинейных алгебраических уравнений;

6) Шестой этап необходим для разработки цикла вычислений по полученному алгоритму.

Результаты

Эквивалентная схема мемристора. На рис. 1 приведена схема нормального режима, собранная в LTspice [4]. Для анализа влияния внешних факторов строится схема в отклонениях на базе конфигурации нормального режима.

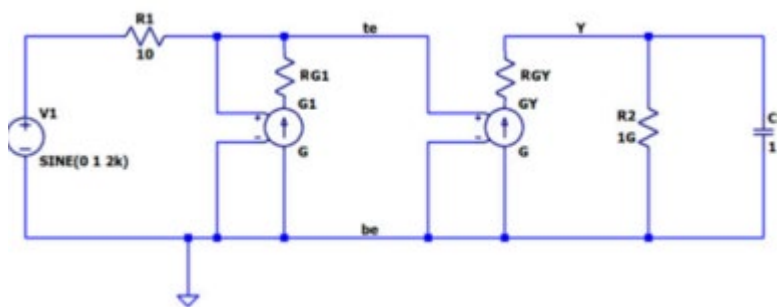


Рис. 1. – Обобщенная схема мемристора

Имеющиеся методики чувствительности дают приемлемые результаты для узких диапазонов проектных допусков, но не предсказывают поведение при широком варьировании воздействий; требуются дополнительные процедуры оценки робастности. В работе принимается интервальный подход [5 – 7], переводящий погрешности измерений и моделирования в явные допуски и повышающий надёжность прогноза характеристик мемристорных узлов [8 – 10]. Для формирования модели в базисе конечных отклонений токов и напряжений ветвей используется набор эквивалентов элементов в конечных приращениях по [3]. Параллельно включённые управляемые напряжением

источники тока сводятся к одному эквивалентному источнику, что даёт схему на рис. 2.

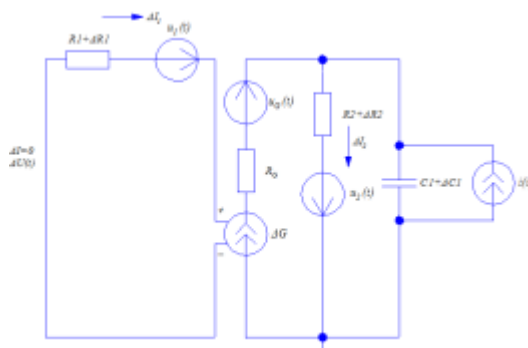


Рис. 2. – Упрощенная эквивалентная схема мемристора в базисе конечных приращений

Структурно-топологическая математическая модель мемристора. Гибридная структурно-параметрическая модель приводит к реактивному нелинейному многополюснику; вычислительная постановка сводится к системе нелинейных интервальных дифференциальных уравнений. При выполнении заданных условий допустима эквивалентная запись в виде совокупности линейных дифференциальных уравнений первого порядка вместе с нелинейными и линейными алгебраическими соотношениями [11 – 13].

Топологический граф упрощённой эквивалентной схемы (рис. 3) содержит два узла и четыре ветви; число рёбер вычисляется как $N_{\text{ребер}}=n-1$, число узлов, число хорд — как $N_{\text{хорд}}=m-(n-1)$, где m – число ветвей. В рассматриваемом случае получается одно ребро (дерево графа) и три хорды (ветви связи); на рис. 3 ребро показано сплошной линией, хорды — пунктиром.

Формируют базис векторов отклонений токов ΔI и напряжений ΔU от номинальных значений, представленный соотношением (1), где C и D выступают матрицами главных сечений и главных контуров соответственно.

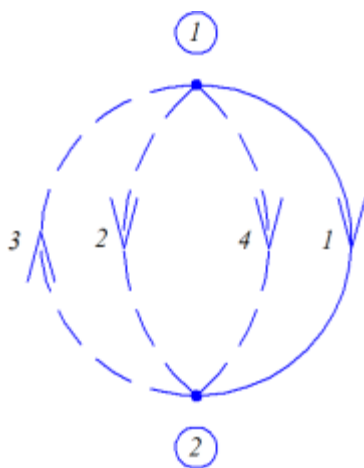


Рис. 3. – Граф эквивалентной
схемы мемристора в конечных
приращениях

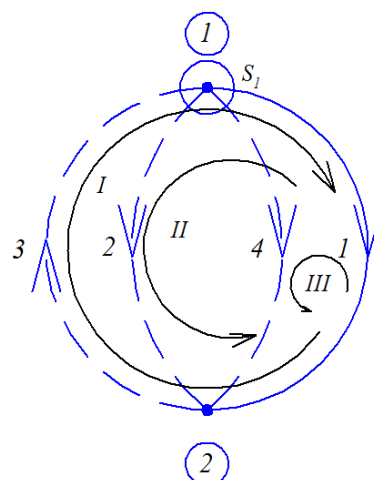


Рис. 4. – Определение главного
сечения и главных контуров графа

$$C\Delta I = 0; D\Delta U = 0 \quad C\Delta I = 0; D\Delta U = 0 \quad (1)$$

Для рассматриваемого топологического графа вводится одно главное сечение S_1 и три контура I, II, III (рис. 4). Матрица главных сечений C для эквивалентной схемы имеет вид (2), матрица главных контуров D — вид (3).

$$C = [1 \ 1 \ -1 \ 1] \quad C = [1 \ 1 \ -1 \ 1] \quad (2)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Используется положение из [3]: замкнутый контур не составляется только из u -ветвей; сечение не содержит исключительно z -ветви.

Выполняется декомпозиция векторов приращений токов и напряжений; итоговая запись (4) разделяет приращения на составляющие: на ёмкостных рёбрах $\Delta U_C^p, \Delta I_C^p, \Delta U_C^p, \Delta I_C^p$, на нелинейных хордах $\Delta U_H^x, \Delta I_H^x, \Delta U_H^x, \Delta I_H^x$, на резистивных хордах $\Delta U_{R_1}^x, \Delta U_{R_2}^x, \Delta I_{R_1}^x, \Delta I_{R_2}^x, \Delta U_{R_1}^x, \Delta U_{R_2}^x, \Delta I_{R_1}^x, \Delta I_{R_2}^x$.

$$\begin{cases} \Delta U = [\Delta U_{R_1}^X, \Delta U_H^X, \Delta U_{R_2}^X, \Delta U_C^P]^T; \\ \Delta I = [\Delta I_C^P, \Delta I_{R_1}^X, \Delta I_H^X, \Delta I_{R_2}^X]^T, \end{cases} \begin{cases} \Delta U = [\Delta U_{R_1}^X, \Delta U_H^X, \Delta U_{R_2}^X, \Delta U_C^P]^T; \\ \Delta I = [\Delta I_C^P, \Delta I_{R_1}^X, \Delta I_H^X, \Delta I_{R_2}^X]^T, \end{cases} \quad (4)$$

После этого выписываются топологические уравнения для всех рёбер и хорд графа.

Первое уравнение системы (1) с использованием уравнения (4), приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} [C_I \quad C_{II} \quad C_{III} \quad C_{IV}] \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_C^P \\ \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_H^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} &= [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_C^P \\ \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_H^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = 0 \\ [C_I \quad C_{II} \quad C_{III} \quad C_{IV}] \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_C^P \\ \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_H^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} &= [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_C^P \\ \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_H^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Топологическое уравнение приращения тока ёмкостного ребра записывается в форме (44) и, с учётом связей графа, приводит к выражению (6).

$$\begin{aligned} C_I \cdot \Delta I_C^P &= C_{II} \cdot \Delta I_H^X + C_{III} \cdot \Delta I_{R_1}^X + C_{IV} \cdot \Delta I_{R_2}^X \\ C_I \cdot \Delta I_C^P &= C_{II} \cdot \Delta I_H^X + C_{III} \cdot \Delta I_{R_1}^X + C_{IV} \cdot \Delta I_{R_2}^X \\ \Delta I_C^P &= \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X \end{aligned} \quad (44)$$

$$\Delta I_C^P = \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X \quad (6)$$

Аналогичная процедура для второго уравнения системы (1) даёт (7).

$$\begin{bmatrix} D_I & D_{II} & D_{III} \\ D_{IV} & D_V & D_{VI} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_H^X \\ \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \\ \Delta U_C^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_H^X \\ \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \\ \Delta U_C^P \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} D_I & D_{II} & D_{III} \\ D_{IV} & D_V & D_{VI} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_H^X \\ \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \\ \Delta U_C^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_H^X \\ \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \\ \Delta U_C^P \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

Связь приращения напряжения нелинейной хорды с приращением напряжения на ёмкостном ребре задаётся формулой (8).

$$D_I \cdot \Delta U_H^X + D_{III} \cdot \Delta U_C^P = 0 \quad D_I \cdot \Delta U_H^X + D_{III} \cdot \Delta U_C^P = 0$$

$$\Delta U_H^X - \Delta U_C^P = 0 \quad \Delta U_H^X - \Delta U_C^P = 0 \quad \Delta U_H^X = \Delta U_C^P \quad \Delta U_H^X = \Delta U_C^P \quad (8)$$

Для резистивных хорд переход от приращения напряжения на ёмкостном ребре приводит к вычислениям (9) и (10).

$$D_V \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \end{bmatrix} + D_{VI} \cdot \Delta U_C^P = 0 \quad D_V \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X \end{bmatrix} + D_{VI} \cdot \Delta U_C^P = 0 \quad (9)$$

$$\Delta U_{R_1}^X + \Delta U_C^P = 0 \quad \Delta U_{R_1}^X + \Delta U_C^P = 0 \quad \Delta U_{R_2}^X - \Delta U_C^P = 0 \quad \Delta U_{R_2}^X - \Delta U_C^P = 0 \quad (10)$$

Далее рассматриваются параметрические уравнения реактивных ветвей: приращение тока на ёмкостном ребре описывается выражением (11).

$$\Delta I_C^P = C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} - \Delta I_J \Delta I_C^P = C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} - \Delta I_J$$

$$C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_C^P + \Delta I_J C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_C^P + \Delta I_J \quad (11)$$

Подстановка топологического уравнения (6) в (11) приводит к результату (12).

$$C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J \quad (12)$$

Параметрическое уравнение приращения тока на нелинейной хорде имеет вид (13).

$$\Delta I_H^X = \Delta I_{H_1}^X + \Delta I_{H_2}^X = G_1(\Delta U_{R_1}^X) + G_Y(\Delta U_{R_1}^X) = G(\Delta U_{R_1}^X)$$

$$\Delta I_H^X = \Delta I_{H_1}^X + \Delta I_{H_2}^X = G_1(\Delta U_{R_1}^X) + G_Y(\Delta U_{R_1}^X) = G(\Delta U_{R_1}^X) \quad (13)$$

Соответствующее приращение напряжения на нелинейной хорде записывается как (14).

$$\Delta U_H^X = R_G[\Delta I_H^X - G(\Delta U_{R_1}^X)] + E_{R_G}^X \Delta U_H^X = R_G[\Delta I_H^X - G(\Delta U_{R_1}^X)] + E_{R_G}^X \quad (14)$$

Комбинирование (14) и (8) даёт формулу (15) для приращения напряжения на ёмкостном ребре.

$$\Delta U_C^P = R_G[\Delta I_H^X - G(\Delta U_{R_1}^X)] + E_{R_G}^X \Delta U_C^P = R_G[\Delta I_H^X - G(\Delta U_{R_1}^X)] + E_{R_G}^X \quad (15)$$

Преобразование (15) приводит к выражению (16) для напряжения на резистивной хорде.

$$G(\Delta U_{R_1}^X) = \Delta I_H^X - \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X G(\Delta U_{R_1}^X) = \Delta I_H^X - \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X \quad (16)$$

Параметрическое уравнение для приращения напряжения на резистивных ветвях задаётся равенством (17); совместное использование (17) и (10) даёт (18).

$$\begin{aligned} \Delta U_{R_1}^X &= R_1^X \cdot \Delta I_{R_1}^X + E_{R_1}^X \Delta U_{R_1}^X = R_1^X \cdot \Delta I_{R_1}^X + E_{R_1}^X \\ \Delta U_{R_2}^X &= R_2^X \cdot \Delta I_{R_2}^X + E_{R_2}^X \Delta U_{R_2}^X = R_2^X \cdot \Delta I_{R_2}^X + E_{R_2}^X \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} R_1^X \cdot \Delta I_{R_1}^X + E_{R_1}^X + \Delta U_C^P &= 0 R_1^X \cdot \Delta I_{R_1}^X + E_{R_1}^X + \Delta U_C^P = 0 \\ R_2^X \cdot \Delta I_{R_2}^X + E_{R_2}^X - \Delta U_C^P &= 0 R_2^X \cdot \Delta I_{R_2}^X + E_{R_2}^X - \Delta U_C^P = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Матрица соответствий для (18) приведена в записи (19).

$$\begin{bmatrix} R_1^X & 0 \\ 0 & R_2^X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta U_C^P - E_{R_1}^X \\ \Delta U_C^P - E_{R_2}^X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1^X & 0 \\ 0 & R_2^X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta U_C^P - E_{R_1}^X \\ \Delta U_C^P - E_{R_2}^X \end{bmatrix} \quad (19)$$

В итоге получены три группы параметрических соотношений — (12), (16), (19) — формирующие математическую модель мемристора в базисе конечных приращений.

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J \\ G(\Delta U_{R_1}^X) = \Delta I_H^X - \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X \\ \begin{bmatrix} R_1^X & 0 \\ 0 & R_2^X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta U_C^P - E_{R_1}^X \\ \Delta U_C^P - E_{R_2}^X \end{bmatrix} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} C \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J \\ G(\Delta U_{R_1}^X) = \Delta I_H^X - \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X \\ \begin{bmatrix} R_1^X & 0 \\ 0 & R_2^X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_{R_1}^X \\ \Delta I_{R_2}^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta U_C^P - E_{R_1}^X \\ \Delta U_C^P - E_{R_2}^X \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (20)$$

Здесь первая группа — дифференциальное уравнение, вторая группа уравнений представляет собой нелинейное уравнение, а третья группа — это линейные алгебраические уравнения.

Вычислительный алгоритм анализа робастности мемристора для режима большого сигнала. В результате полученной алгебраически-разрешимой модели получен следующий вычислительный алгоритм алгоритм (рис. 5):

1. Полагаем $t=0$;
2. Берут произвольное начальное значение приращения напряжения на ёмкостном ребре $\Delta U_C^P(0)$;
3. С использованием величины ΔU_C^P , решают систему линейных алгебраических уравнений и находят $\Delta I_{R_1}^X$ и $\Delta I_{R_2}^X$;
4. Затем, опираясь на найденное $\Delta I_{R_1}^X$, вычисляют напряжение на резистивной хорде: $\Delta U_{R_2}^X = R_2^X \cdot \Delta I_{R_2}^X + E_{R_2}^X = R_2^X \cdot \Delta I_{R_1}^X + E_{R_2}^X$;
5. после чего определяют приращение тока на нелинейной хорде: $\Delta I_H^X = G(\Delta U_{R_1}^X) + \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X = G(\Delta U_{R_1}^X) + \frac{1}{R_G} \Delta U_C^P + E_{R_G}^X$;
6. Используя методу Эйлера первого порядка, вычислим:

$$\Delta U_C^P(t + \Delta t) = \Delta U_C^P(t) + \left(\frac{d\Delta U_C^P}{dt} \right) \Delta t \quad \text{где } \Delta t \text{ } \Delta t - \text{ шаг интегрирования;}$$

$$\frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \frac{1}{C} [\Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J] \frac{d\Delta U_C^P}{dt} = \frac{1}{C} [\Delta I_H^X - \Delta I_{R_1}^X + \Delta I_{R_2}^X + \Delta I_J];$$

7. Принимаем, что $t = t + \Delta t$;
8. Если $t < t_{\text{зад}}$, идти к шагу 3, иначе к шагу 9;
9. Конец

Обсуждение

Принятая запись структурно-параметрической модели в базисе конечных приращений делает систему уравнений алгебраически разрешимой: топологические матрицы главных сечений и контуров задают блочно-разрежённую структуру, что упрощает факторизацию и уменьшает вычислительные издержки при пошаговой интеграции. Разделение на ёмкостные рёбра, нелинейные и резистивные хорды исключает смешивание быстро и медленно меняющихся переменных, а значит, повышает устойчивость шага интегрирования для жёстких режимов. Переход к вектору приращений снижает чувствительность к абсолютной калибровке параметров и делает явными связи «возмущение → отклик», что важно для анализа робастности при внешних воздействиях и технологическом разбросе.

Алгоритмическая разрешимость зависит от системной структуры. Ранг матриц, число хорд и форма дерева графа определяют обусловленность линейных подсистем, порождаемых уравнениями Кирхгофа и параметрическими соотношениями устройств. При неблагоприятных соединениях возникает эффект скрытых зависимостей и рост коррелированности интервалов; в этом случае целесообразны предобуславливание, перестановки рёбер для получения почти треугольного

вида и разбиение вычислений на подсхемы с последующим согласованием граничных интервалов.

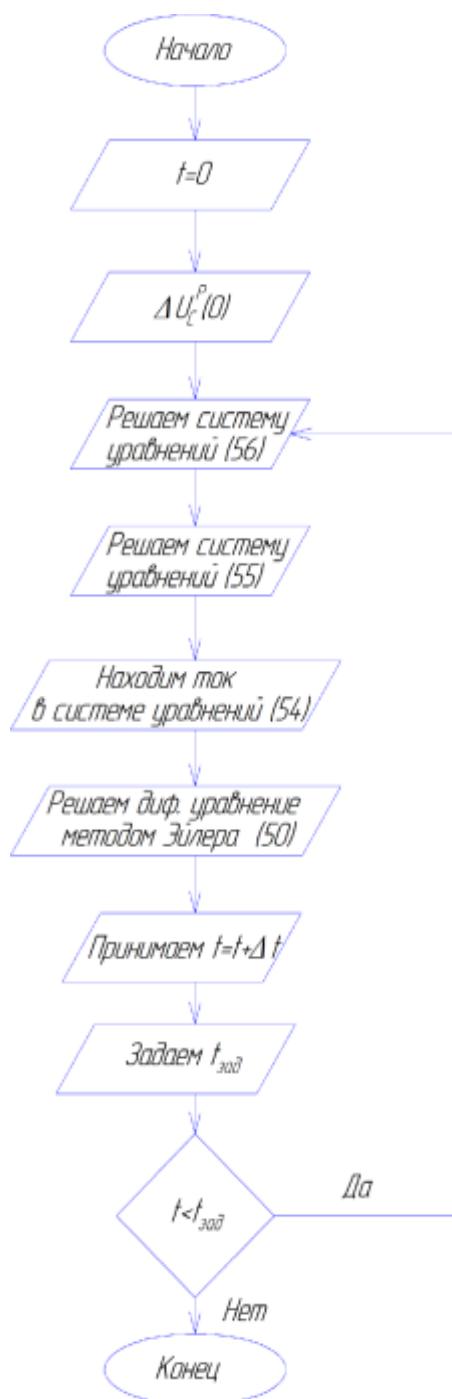


Рис. 5. – Вычислительный алгоритм анализа робастности мемристора

Интервальная трактовка величин даёт гарантированные коридоры для токов, напряжений и внутренних состояний без опоры на локальные линейные аппроксимации. В отличие от классической чувствительности по параметрам, где используется производная в одной точке, интервальные оценки охватывают целые многомерные области допусков. Сформированные в работе три группы соотношений — (12), (16), (19) — дают минимально достаточный набор для пошагового обновления всех приращений: на каждом шаге вычисляется интервал для напряжения на ёмкостном ребре, после чего синхронно уточняются токи и падения напряжения на нелинейных и резистивных ветвях. Такая последовательность устраняет циклические зависимости, облегчает применение неявных схем интегрирования (backward Euler, трапеций) и сохраняет гарантии включённости при машинном округлении.

Практическая ценность подхода проявляется при проектировании кроссбар-массивов и ускорителей «compute-in-memory». Интервальные допуски для температурных градиентов, питающих шумов, радиационных воздействий и разброса толщины активного слоя прокатываются через модель без перебора по углам PVT. В результате конструктор получает:

- 1) диаметр огибающей для каждой измеряемой величины,
- 2) индикаторы пересечения охранных полос по току и напряжению,
- 3) агрегированные метрики робастности (например, максимальная ширина интервала на выходе, отношение ширины интервала к номиналу, запас до границы недопустимой области).

При сохранении топологической разрежённости такие вычисления масштабируются для сеток из тысяч ячеек.

Существенное внимание требуется уделять двум источникам переоценки интервалов: эффекту «обёртывания» при матричных операциях и зависимости на повторно встречающихся переменных. Для сдерживания роста ширины интервалов целесообразны центрированные формы, декомпозиция на монотонные фрагменты, интервальный Ньютон с контролем сходимости и контракторы, сужающие промежутки без потери решений. На практике хорошо работают адаптивное дробление параметрического параллелепипеда и перецентровка относительно средних значений, выбранных по данным электротермических моделей.

Диагностика устойчивости колебательных режимов выигрывает от сочетания интервалов и топологической структуры. Наличие автоколебаний фиксируется по неизбежному пересечению нуля для реальной части собственных значений интервальной матрицы Якоби, оцененной на текущем шаге. Если пересечение неизбежно, схема помечается как потенциально неустойчивая в данном диапазоне внешних воздействий. Для фильтрации ложных срабатываний полезны локальные линейные инварианты, условия пассивности на уровне ветвей и энергетические балансы по контурам.

С учётом технологических ограничений наноразмерных структур предлагается следующий регламент применения модели в САПР:

- 1) первичная топологическая редукция с построением C- и D-матриц,
- 2) параметрическое окно допусков по экстрагированным процессным картам,
- 3) интервальный расчёт по (12), (16), (19) на грубой сетке времени с отслеживанием ширины коридоров,
- 4) локальное уточнение только в узлах, где ширина превысила порог,

5) автоматическая генерация рекомендаций по усилению робастности (изменение номиналов пассивных ветвей, перестройка дерева графа, введение ограничителей тока).

Такой регламент уменьшает число дорогостоящих транзисторных прогонов и ускоряет выбор конфигураций с нужным запасом по устойчивости.

Результаты открывают путь к метрикам, стандартным для инженерной практики: «robust-yield» по интервалам, запас до ограничений по электромиграции и нагреву, интервальные аналоги Bode-диаграмм для малого сигнала с выделением диапазонов, где разброс приводит к деградации фазового запаса. Для блоков ИИ интерес представляет оценка деградации точности умножения в аналоговых матрицах: ширина интервала выходного тока напрямую связана с ошибкой свёртки на уровне слоя нейросети; это даёт критерий остановки дальнейшей минимизации энергопотребления, если цена в виде роста интервальной неопределённости превышает заданный порог по качеству на тестовом наборе.

Ограничения подхода связаны с масштабом и глубиной нелинейности. При больших шагах времени интервал растёт быстрее полезного сигнала; значит, шаг следует подбирать адаптивно с использованием локальной липшицевости нелинейных ветвей. Для сильно нестационарных режимов полезна гибридизация с сэмплингом Монте-Карло на суженных интервалах: детерминированные гарантии сохраняются, а локальная детализация траекторий улучшается. Для микро- и наноэлектромеханических примесей (например, подвижных границ в активном слое) уместно добавлять параметрические интервалы по геометрии и использовать сопряжённые термомеханические подходы.

С инженерной точки зрения, полученная конструкция удобна для включения в существующие рабочие потоки. Нетлист LTspice служит источником топологии и номиналов; генератор формирует C- и D-матрицы; внешняя библиотека заботится о интервальной линейной алгебре и контроле включённости. Для крупных задач предпочтительны разрежённые форматы хранения и итерационные решатели с интервальными предобуславливателями. Такой конвейер снижает объём ручной подстройки, даёт воспроизводимые границы отклика и упорядочивает эксперименты по повышению робастности.

Заключение

Гибридная структурно-параметрическая модель в базисе конечных приращений позволяет на стадии схемотехнического синтеза оценивать влияние отклонений характеристик от расчётных значений без перебора всех комбинаций параметров. Интервальные вычисления обеспечивают гарантированные границы для токов, напряжений и состояний памяти, что сокращает число угловых прогонов PVT, ускоряет выбор устойчивых конфигураций и снижает затраты на прототипирование. Для наноэлектроники и вычислений «в памяти» такой подход открывает прямой маршрут к проектированию высокоскоростных интегральных узлов, медицинских сенсорных модулей, авиационных систем с повышенной надёжностью и нейроморфных блоков обработки данных, где требуются строгие допуски на разброс и устойчивость к возмущениям.

Литература

1. Memristor // Nanowerk. URL: nanowerk.com/memristor.php (дата обращения: 07.05.2025).

2. Мемристоры – новый тип элементов резистивной памяти для наноэлектроники // Электроника: НТБ. URL: electronics.ru/journal/article/4756.
 3. Бондарев А.В. Система поддержки принятия решений при оценке робастности сложных бортовых радиоэлектронных систем на базе COTS-продуктов: дис. ... канд. техн. наук. Уфа, 2011. 173 с.
 4. Mladenov V.A. A Unified and Open LTSPICE Memristor Model Library. URL: researchgate.net/publication/352956375_A_Unified_and_Open_LTSPICE_Memristor_Model_Library.
 5. Бондарев А.В., Ефанов В.Н. Анализ динамических процессов в наноэлектронных структурах на базе мемрезистивных элементов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2021. Т. 23. № 2 (100). С. 91–97.
 6. Бондарев А.В., Ефанов В.Н. Принципы формирования математической модели наноэлектронных компонентов квантовых вычислительных комплексов с мемрезистивными ветвями // Системы управления и информационные технологии. 2020. № 1 (79). С. 4–10.
 7. Ефанов В.Н., Бондарев А.В., Кучкарова А.А. Анализ стандартных моделей мемристоров на основе оксида титана для применения в системах искусственного интеллекта // Инженерный вестник Дона. 2024. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2024/9022
 8. Кочкаров Р.А. Интервальные задачи на предфрактальных графах // Cyberleninka. URL: cyberleninka.ru/article/n/intervalnye-zadachi-na-predfraktalnyh-grafah.
-

9. Матюшкин И.В. Нелинейно-динамический подход в анализе неустойчивости параметров мемристора // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. URL: met.misis.ru/jour/article/view/344/303.
10. Нестеров В.М. Твинные арифметики и их применение в методах и алгоритмах двустороннего интервального оценивания. URL: interval.ict.nsc.ru/Library/InteDiss/Nesterov-disser-1999.pdf.
11. Жуков А.В. Методика вычисления интервальных значений коэффициентов передаточной функции систем автоматического управления // Инженерный вестник Дона. 2022. № 12. ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8071
12. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. The missing memristor found // Nature. 2008. Vol. 453, No. 7191. Pp. 80–83. doi: 10.1038/nature06932.
13. Prezioso M., Merrih-Bayat F., Hoskins B.D., Adam G.C., Likharev K.K., Strukov D.B. Training and operation of an integrated neuromorphic network based on metal-oxide memristors // Nature. 2015. Vol. 521, No. 7550. Pp. 61–64. doi: 10.1038/nature14441.

References

1. Memristor. Nanowerk. URL: nanowerk.com/memristor.php (accessed 01.05.2023).
2. Memristory – novyj tip elementov rezistivnoj pamyati dlya nanoelektroniki [Memristors as a new type of resistive memory elements for nanoelectronics]. Elektronika NTB. URL: electronics.ru/journal/article/4756.

3. Bondarev A.V. Sistema podderzhki prinyatiya reshenij pri otsenke robustnosti slozhnyh bortovyh radioelektronnyh sistem na baze COTS-produktov [Decision support system for robustness assessment of complex onboard radio-electronic systems based on COTS-products]. Ufa, 2011. 173 p.
4. Mladenov V.A. A Unified and Open LTSPICE Memristor Model Library. URL: researchgate.net/publication/352956375_A_Unified_and_Open_LTSPICE_Memristor_Model_Library.
5. Bondarev A.V., Efanov V.N. Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk. 2021. Vol. 23, No. 2 (100). Pp. 91–97.
6. Bondarev A.V., Efanov V.N. Sistemy upravleniya i informacionnye tekhnologii. 2020. No. 1 (79). Pp. 4–10.
7. Efanov V.N., Bondarev A.V., Kuchkarova A.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2024. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2024/9022
8. Kochkarov R.A. Intervalnye zadachi na predfraktalnyh grafah [Interval problems on prefractal graphs]. URL: cyberleninka.ru/article/n/intervalnye-zadachi-na-predfraktalnyh-grafah.
9. Matyushkin I.V. Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij Materialy elektronnoj tekhniki. URL: met.misis.ru/jour/article/view/344/303.
10. Nesterov V.M. Tvinnye arifmetiki i ih primenenie v metodah i algoritmah dvustoronnego intervalnogo otsenivaniya [Twin arithmetics and their application in methods and algorithms of two-sided interval estimation]. URL: interval.ict.nsc.ru/Library/InteDiss/Nesterov-disser-1999.pdf.

11. Zhukov A.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2022. № 12.
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8071

12. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. Nature. 2008. Vol. 453, No. 7191. Pp. 80–83. doi: 10.1038/nature06932.

13. Prezioso M., Merrih-Bayat F., Hoskins B.D., Adam G.C., Likharev K.K., Strukov D.B. Nature. 2015. Vol. 521, No. 7550. Pp. 61–64. doi: 10.1038/nature14441.

Авторы согласны на обработку и хранение персональных данных.

Дата поступления: 25.10.2025

Дата публикации: 25.12.2025