

Численные эксперименты по исследованию взаимосвязи между коэффициентом Пуассона и когезией

А.И. Корягина, А.В. Манько

Московский государственный строительный университет, Москва

Аннотация: Данное исследование является пилотным. Цель исследования - выявление характера взаимосвязи между коэффициентом Пуассона и когезией, на примере грунтового массива. Основная задача исследования - выявление зависимости коэффициента Пуассона и коэффициента сцепления для получения предела разрушения материала (в настоящем исследовании грунтового массива) – пластических течений в материале. Исследование ведется методами математического моделирования. Для достижения поставленной цели необходимо обосновать возможность выполнения данного эксперимента с помощью краевой задачи, а также выполнить ранжирование количества численных экспериментов методом планирования эксперимента для получения экстремумов. Далее необходимо выполнить сам численный эксперимент по выявлению зависимости между коэффициентом Пуассона и когезией. Полученные данные будут использоваться для составления обратной задачи в новом российском программном продукте в области геотехнического и геомеханического моделирования.

Ключевые слова: коэффициент Пуассона, когезия, грунтовый массив, численный эксперимент, метод конечных элементов, математическое моделирование, пластическое течение, деформация, напряжение.

Введение

Целью данного пилотного исследования является выявление характера взаимосвязи между коэффициентом Пуассона и когезией, реализованной коэффициентом сцепления C в грунтовом массиве. Многие ученые работали над данной проблемой. Над созданием физической модели исследования работали Чотчаев Х.О., Шепелев В.Д., Сладкова Л.А., Григорьев П.А. [1,2], а над проблемой математического моделирования когезии работали Дудченко А.В., Мамонтов А.И., Чернова Т.И., Цимбельман Н.Я. и другие [3, 4]. В статье исследование ведется при помощи математического аппарата: численным методом и методом математического моделирования. Базируясь на основных физических теориях поведения моделей грунтов, авторы получают отношение между коэффициентом Пуассона и когезией и выявляют закономерности образования пластических течений в массиве

грунта, и, следовательно, последующее разрушение модели грунтового массива.

Полученные зависимости можно использовать в дальнейших исследованиях при решении задач обратного анализа в новом российском программном продукте в области геотехнического и геомеханического моделирования. На рис. 1 показана расчетная схема эксперимента.

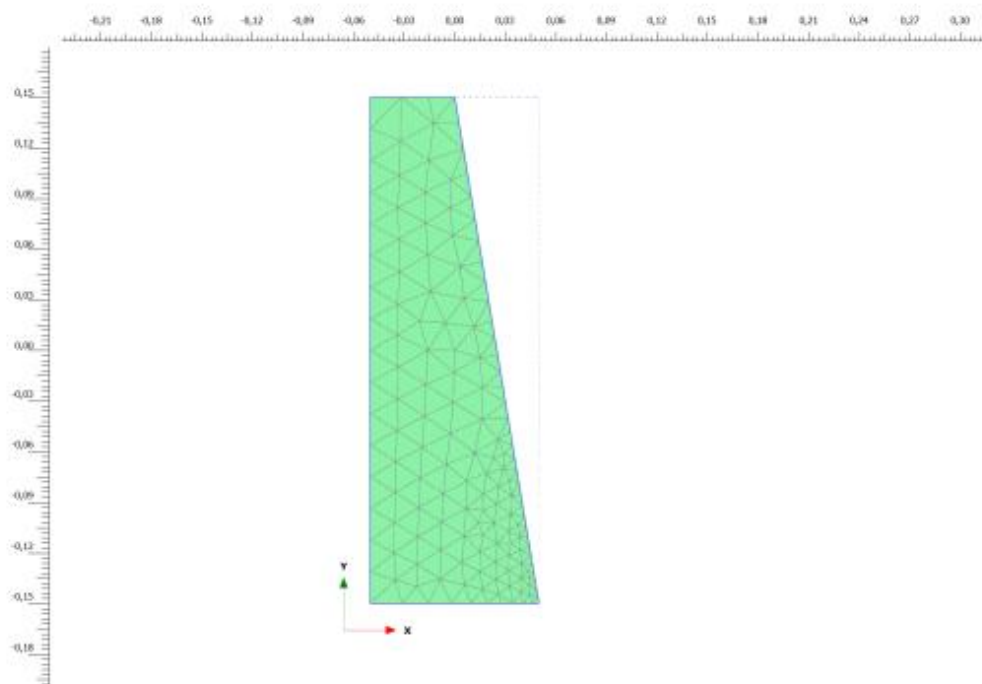


Рис. 1. – Расчетная схема моделирования

Для математического моделирования был выбран широко применяемый геотехнический программный продукт PLAXIS 2D, апробированных при проектировании и расчете большого числа строительных объектов как в Западной Европе, так и в России. При квалифицированном применении комплекс позволяет определять напряженно-деформированное состояние (НДС) как в грунтовом массиве, так и в конструкциях, взаимодействующих с грунтом на любой стадии возведения сооружения. Была выбрана упругая идеально-пластическая модель с условием текучести Кулона-Мора. Использование этой модели

позволяет с достаточной точностью определить текущие напряжения грунтового массива, а также упругие деформации и пластические точки.

Планирование эксперимента

Для подбора управляющих параметров математического моделирования данного исследования необходимо составить матрицу планирования эксперимента [5, 6]. Теория планирования эксперимента является одним из методов теории вероятности, которая существенно упрощает труд исследователя [7, 8].

Сам метод создания матрицы планирования эксперимента основан на некой процедуре подбора числа опытов для решения поставленной задачи, а именно для моделирования какого-либо физического объекта и процесса [9]. Решение матрицы начинается с подбора управляющих параметров X , один из которых будет являться главным качественным фактором с минимальными рисками возникновения негативных последствий, три остальных фактора – количественные [10].

В роли качественного фактора анализа X_4 выбрана расчетная модель схематизации численного эксперимента, а количественные факторы это: коэффициент Пуассона ν (X_1), коэффициент сцепления (когезия) C (X_2), модуль Юнга E_0 (X_3). Далее поставим задачу для оптимизации численного эксперимента. При известном числе двухуровневых факторов эксперимента, можно сразу определить число опытов (1):

$$N = 2^k \quad \#(1)$$

где N — число опытов; k — число факторов; 2 — число уровней.

Основным управляющим фактором данного эксперимента является коэффициент Пуассона [11].

Для предварительного анализа матрицы были выбраны следующие интервалы численных факторов X_2 : 0,105; 0,115; 0,125; 0,135; 0,145; 0,155;

0,165; 0,175; 0,185; 0,195; 0,205; 0,215; 0,225; 0,3; 0,4; 0,5. Коэффициент сцепления принимается равным $1,00 \cdot 10^4$. Модуль Юнга в данных опытах – $22,5 \text{ кН/м}^2$.

При составлении матрицы планирования эксперимента применяется факторный анализ уровня $\{-1; +1\}$. Вид матрицы в соответствии с расчетом составит 2^3 .

В таблице № 1 представлена матрица планирования эксперимента.

Таблица № 1

Матрица планирования экспериментов 2^3

Номер опыта	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	+1
3	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1
5	-1	-1	-1
6	+1	-1	-1
7	-1	+1	-1
8	+1	+1	-1
9	-1	-1	-1
10	+1	-1	-1
11	-1	+1	-1
12	+1	+1	-1
13	-1	-1	+1
14	+1	-1	+1
15	-1	+1	+1
16	+1	+1	+1

Полученная предварительная матрица 2^3 для составления матрицы полного факторного эксперимента (далее ПФЭ) геометрически имеет форму многогранника – 16-ти угольника.

Тогда предварительное число возможных взаимодействий будет:

$$C_n^k = \frac{k!}{n!(k-n)!} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4 \quad \#(2)$$

При анализе составленной матрицы ПФЭ 2^3 можно сделать вывод, что в качестве первого приближения необходимо провести эксперименты №№ 5 и 9 с помощью математического моделирования методом конечных элементов при помощи программы Plaxis. Матрица 2^3 ПФЭ эффекта взаимодействия представлена в таблице № 2.

Таблица № 2

Матрица ПФЭ 2^3

Номер опыта	Матрица планирования результатов								Вектор результатов
	Факторы, X_i				Факторы взаимодействия, X_iX_j				
	X_4	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	
1	+	-	-	+	+	-	-	-	y_1
2	+	+	-	+	-	-	-	-	y_2
3	+	-	+	+	-	-	-	-	y_3
4	+	+	+	+	-	-	-	-	y_4
5	+	-	-	-	+	+	+	+	y_5
6	+	+	-	-	-	-	+	-	y_6
7	+	-	+	-	-	+	-	-	y_7
8	+	+	+	-	-	-	-	-	y_8
9	+	-	-	-	+	+	+	+	y_9
10	+	+	-	-	-	-	+	-	y_{10}
11	+	-	+	-	-	+	-	-	y_{11}
12	+	+	+	-	-	-	-	-	y_{12}
13	+	-	-	+	+	-	-	-	y_{13}
14	+	+	-	+	-	-	-	-	y_{14}
15	+	-	+	+	-	-	-	-	y_{15}
16	+	+	+	+	-	-	-	-	y_{16}

В случае если статистический t-критерий Стьюдента будет не нулевой, то матрицу ПФЭ 2^3 можно будет считать построенной верно. При отрицательном результате одного из статистических критериев будет считаться выборка случайна и статистически незначима [12].

Численное моделирование эксперимента

Численный эксперимент в современное время является одним из основных источников получения данных. Полученные результаты, если они

еще подкреплены лабораторными или натурными исследованиями, являются достоверными, близкими к реальной картине мира [13, 14].

В качестве первого приближения были выбраны следующие показатели: $\nu=0,145$ и $\nu=0,185$.

В результате проведенного моделирования были получены следующие результаты:

- $\nu=0,145$ – появились зоны пластического течения в образце;
- $\nu=0,185$ – зоны пластических проявлений локальны.

Критическое значение t-критерия Стьюдента равно 4,303 при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Следовательно матрица ПФЭ 2^3 составлена верно. Графически полученный результат представлен на рис. 2.

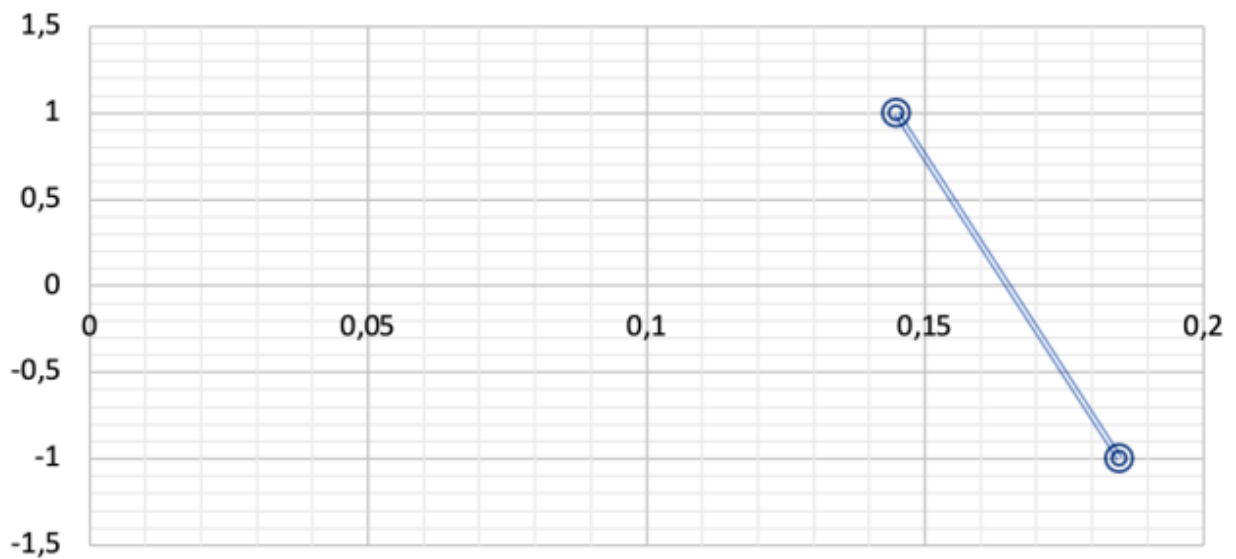


Рис. 2. – График результатов расчета матрицы ПФЭ 2^3

Для получения экстремумов расчета было принято решение принять для следующей серии расчетов коэффициент Пуассона 0 и 0,5 (минимальное и максимальное значения для расчетного комплекса Plaxis).

Полученные результаты, а также данные моделирования матрицы ПФЭ 2^3 были сведены в один график, представленный на рис.3 на котором 1 ряд – это коэффициент Пуассона, а 2 ряд – пластические деформации в образце,

где отрицательные проценты – это минимальная вероятность пластического течения.

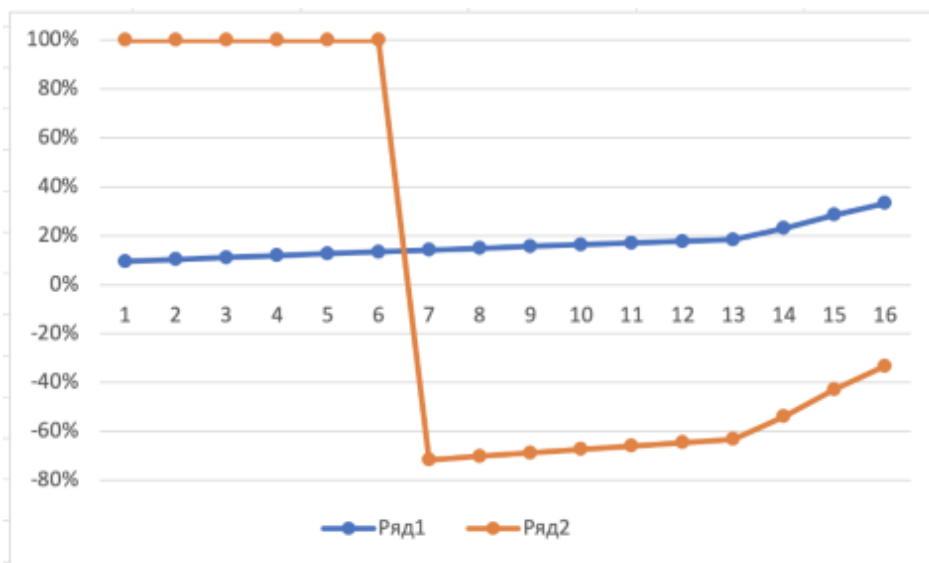


Рис. 3. – График результатов расчета экстремума и матрицы ПФЭ 2³

Наиболее характерные результаты проведенного моделирования представлены на рис.4.

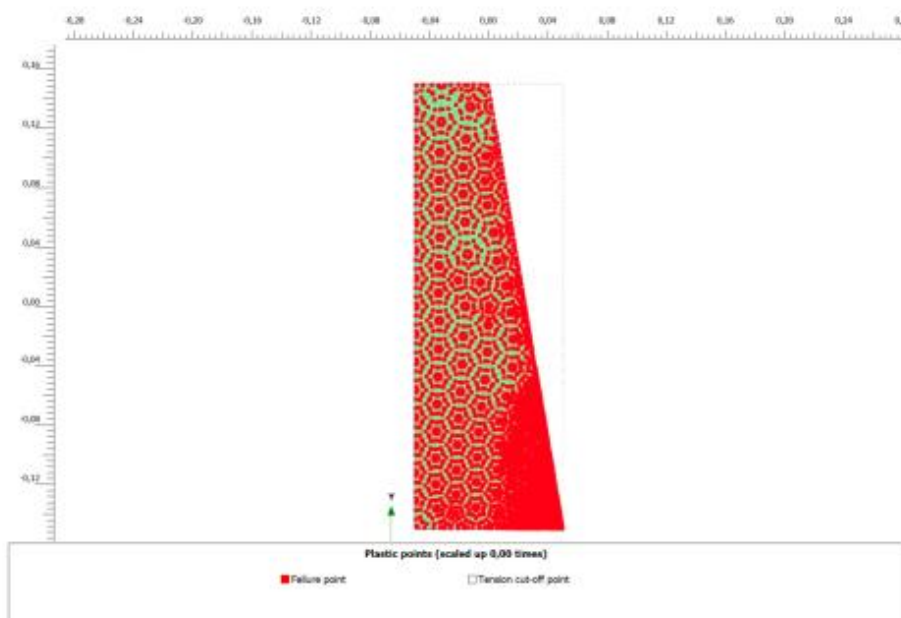


Рис. 4. – Характерная схема пластических деформаций

Анализируя результаты проведенного эксперимента, можно прийти к выводу, что далее необходимо определить при каких иных параметрах коэффициента сцепления результат будет не достоверный.

Для этого в исследования введены следующие параметры коэффициента сцепления C : $1,10 \cdot 10^4$, $1,20 \cdot 10^4$, $1,30 \cdot 10^4$ и так далее.

После проведения ряда расчетов путём математического моделирования был получен окончательный график анализа проведенных численных экспериментов, представленный на рис. 5.

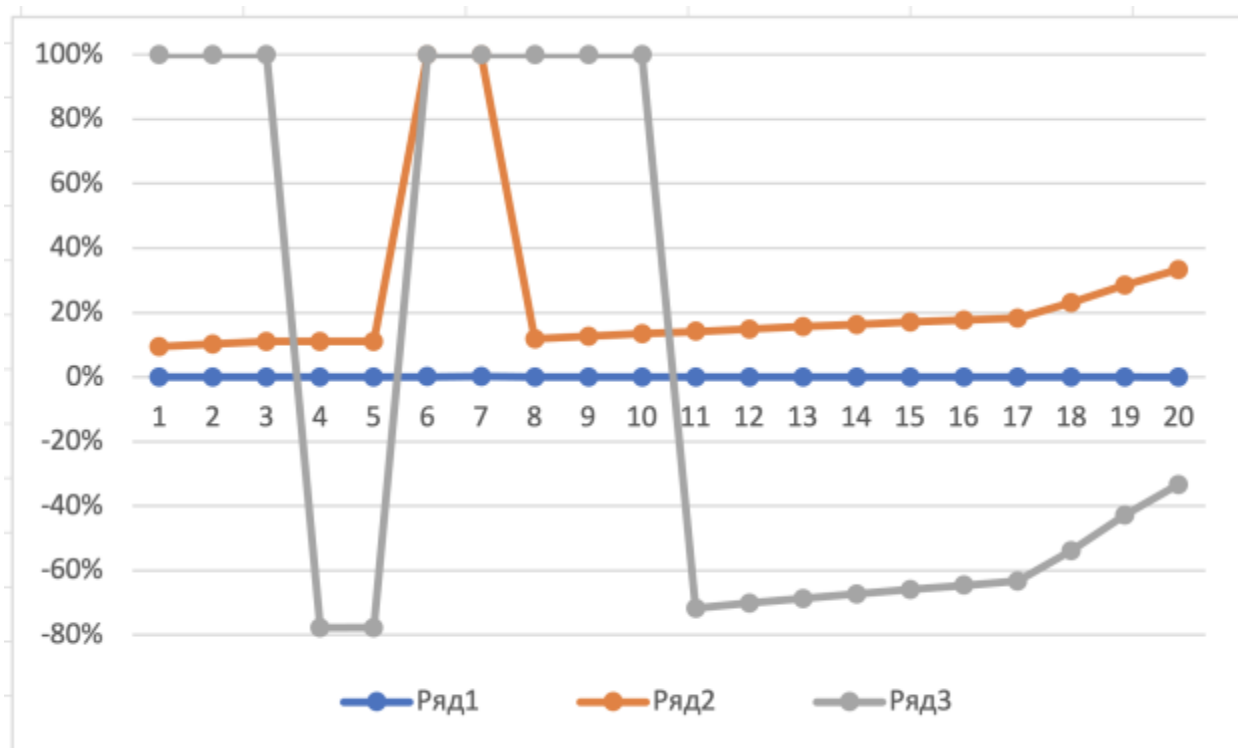


Рис. 5. – График результатов исследования

На данном графике обозначено:

- ряд 1 – номера численных экспериментов, которые совпадают с коэффициентом сцепления C ;
- ряд 2 – статистический показатель коэффициента Пуассона;
- ряд 3 – статистическая кривая, показывающая наличие (положительные результаты) или отсутствие (отрицательные результаты) пластических течений (деформаций).

Из приведенного графика сразу можно сделать вывод, что опыты под номерами 6 и 7 имеют отклонения от статистической кривой и в выводах по результатам исследования приниматься не будут.

Выводы

После проведения численного эксперимента по исследованию взаимосвязи между коэффициентом Пуассона и когезией можно сделать следующие выводы:

1. Были выбраны основные параметры численного эксперимента – коэффициент Пуассона и коэффициент сцепления грунта.
2. Создана матрица полного факторного эксперимента.
3. Были выбраны статистически наиболее вероятные варианты проведения численного эксперимента.
4. Построен график полного фактора планирования эксперимента, выбраны экстремумы проведения численного эксперимента.
5. Проведен численный эксперимент методом конечных элементов, в ходе которого была установлена статистическая зависимость между коэффициентом поперечного расширения и коэффициентом сцепления.
6. Эксперименты №6 и №7 в общем анализе не принимают участие из-за знакопеременного характера статистического графика.
7. В экспериментах №№ 11–20 вероятность наступления пластических деформаций убывает по мере возрастания коэффициента Пуассона.
8. В экспериментах №№ 1–3, 8–10 вероятность появления пластических течений – 100%.

Общий вывод по результатам исследования можно сделать о том, что при минимальных значениях коэффициента Пуассона вероятность появления пластических течений высокая при минимальных значениях коэффициента сцепления C . При $\nu=0,165$ значение C уже не имеет большого значения.

Следовательно, взаимосвязь между коэффициентом Пуассона и другими характеристиками при когезии – прямая при соотношении (1/0,105 – 1/0,160).

Литература

1. Чотчаев Х.О. Шепелев В.Д. Когезия и ее влияние на физико-механические параметры грунта на примере глинистых и галечниковых отложений // Сейсмическая опасность и управление сейсмическим риском на Кавказе: Труды V Кавказской международной школы-семинара молодых ученых, Владикавказ, 16–18 октября 2013 года. Редактор: В. Б. Заалишвили. Владикавказ: Геофизический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук, 2013. С. 255-267.

2. Сладкова Л.А., Григорьев П.А. Физико-математическое моделирование процессов трения, адгезии и когезии в проблеме липкости грунта // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2022. № 4. С. 339-347.

3. Дудченко А.В. Исследование существующих моделей пластических сред // XLI Гагаринские чтения: Материалы Международной молодежной научной конференции, Москва, 07–09 апреля 2015 года. Москва: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, 2015. С. 31-32.

4. Мамонтов А.И., Цимбельман Н.Я., Чернова Т.И. Численное моделирование разрушения грунта в условиях плоского среза // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 5(40). С. 101-107.

5. Максимов В. П. Методология численного эксперимента динамической модели подпорового агрегата // Инженерный вестник Дона. 2012. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/780.

6. Чижик М.А., Волков В.Я. Графические оптимизационные модели многопараметрических технологических процессов легкой промышленности // Инженерный вестник Дона. 2012. №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/901.



7. Бойко А.Ф., Воронкова М.Н. Теория планирования многофакторных экспериментов. Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2020. 75 с.
8. Матюхова О.С. Методология численного эксперимента прокладки теплосети в условиях городской застройки // Инженерный вестник Дона. 2022. № 11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2022/7985.
9. Савинкина В.А. Метод планирования эксперимента по Шайнину // Методы менеджмента качества. 2011. № 7. С. 34-35.
10. Li X.Q., Li B., Dong Y.P. Multi-Element Determination of Ferrochromium by Energy-Dispersive X-Ray Fluorescence Spectrometry Based on Design of Experiments // Zurnal Prikladnoj Spektroskopii. 2022. Vol. 89, No. 6. PP. 1193-1202.
11. Sheng-Qi Yang. Mechanical Behavior and Damage Fracture Mechanism of Deep Rocks. Springer Singapore. 2022. 501p.
12. Нейдорф Р.А., Полях В.В. Метод многоэкстремального поиска с использованием эволюционногенетического алгоритма и выборочного критерия Стьюдента // Инновационная наука. 2015. Т. 1, № 3. С. 135-140.
13. Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. Итерационный метод для конечно-элементных схем высокого порядка. Часть II // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2003. № 43. С. 1-12.
14. Степанова Л.В. Долгих В.С. Численное определение коэффициентов разложения поля напряжений вблизи вершины трещины (извлечение коэффициентов из МКЭ-эксперимента) // Конференция «Математическое моделирование в естественных науках». Пермь, 07–09 октября 2020 года. Пермь: Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2020. С. 34-35.

References

1. Chotchaev H.O. Shepelev V.D. Sejsmicheskaja opasnost' i upravlenie sejsmicheskim riskom na Kavkaze: Trudy V Kavkazskoj mezhdunarodnyj shkoly-seminara molodyh uchenyh, Vladikavkaz, 16–18 oktjabrja 2013 goda [Proc. Seismic hazard and seismic risk management in the Caucasus]. Redaktor: V. B. Zaalishvili. Vladikavkaz: Geofizicheskij institut Vladikavkazskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk, 2013. pp. 255-267.
 2. Sladkova L.A., Grigor'ev P.A. Nauchno-tehnicheskij vestnik Brjanskogo gosudarstvennogo universiteta. 2022. № 4. pp. 339-347.
 3. Dudchenko A.V. XLI Gagarinskie chtenija: Materialy Mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchnoj konferencii, Moskva, 07–09 aprelja 2015 goda [Proc. XLI Gagarin Readings: Proceedings of the International Youth Scientific Conference]. Moskva: Federal'noe gosudarstvennoe bjudzhetnoe uchrezhdenie nauki Institut problem mehaniki im. A.Ju. Ishlinskogo Rossijskoj akademii nauk, 2015. pp. 31-32.
 4. Mamontov A.I., Cimbelman N.Ja., Chernova T.I. Vestnik grazhdanskih inzhenerov. 2013. № 5(40). pp. 101-107.
 5. Maksimov V.P. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/780.
 6. Chizhik M.A., Volkov V.Ja. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012. №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/901.
 7. Bojko A.F., Voronkova M.N. Teorija planirovanija mnogofaktornyh jeksperimentov [A theory of planning multifactorial experiments]. Belgorod: Belgorodskij gosudarstvennyj tehnologicheskij universitet im. V.G. Shuhova, 2020. 75 p.
 8. Matuhova O.S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2022. № 11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2022/7985.
 9. Savinkina V.A. Metody menedzhmenta kachestva. 2011. № 7. pp. 34-35.
-



10. Li X.Q., Li B., Dong Y.P. Zurnal Prikladnoj Spektroskopii. 2022. Vol. 89, No. 6. PP. 1193-1202.
11. Sheng-Qi Yang. Mechanical Behavior and Damage Fracture Mechanism of Deep Rocks. Springer Singapore. 2022. 501p.
12. Nejdorf R.A., Poljah V.V. Innovacionnaja nauka. 2015. T. 1, № 3. pp. 135-140.
13. Zhukov V.T., Novikova N.D., Feodoritova O.B. Preprinty IPM im. M.V. Keldysha. 2003. № 43. pp. 1-12.
14. Stepanova L.V. Dolgih V.S. Konferencija «Matematicheskoe modelirovanie v estestvennyh naukah» [Proc. Mathematical modelling in the natural sciences]. Perm, 07–09 oktjabrja 2020 goda. Perm': Permskij nacional'nyj issledovatel'skij politehnicheskij universitet, 2020. pp. 34-35.