

Исследование эффективности кодов Рида-Соломона в практической реализации с использованием программной среды MATLAB

В. А. Бренько

Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск

Аннотация: Данное исследование посвящено анализу эффективности кодов Рида-Соломона (RS-коды) с использованием программной среды MATLAB (MATLAB). RS-коды выбраны как класс кодов исправления ошибок, отличающийся высокой производительностью в условиях множественных пакетных ошибок, что делает их широко применимыми в таких областях, как цифровое телевидение, хранение данных (CD/DVD, флэш-память) и беспроводная связь. В статье продемонстрирована и оценена эффективность RS-кодов на практике через их симуляцию в MATLAB. Исследование охватывает создание симуляционных моделей для кодирования, добавления ошибок и декодирования данных с использованием RS-алгоритмов в MATLAB. Проведена оценка эффективности кодов путем расчета вероятности коэффициента битовых ошибок (Bit Error Rate – BER) и других релевантных метрик. Проанализировано влияние ключевых параметров RS-кодов (например, длины кодового слова, количества проверочных символов) на их способность исправлять ошибки. Результаты исследования призваны наглядно показать, как RS-коды справляются с различными типами ошибок, и как их производительность может быть оптимизирована путем настройки параметров. Работа подчеркивает значимость MATLAB как инструмента для разработки, тестирования и оптимизации систем кодирования, предоставляя практические инструменты для исследователей и инженеров.

Ключевые слова: Коды Рида-Соломона, программная среда, исправление ошибок, симуляция, производительность, вероятность ошибки, системы связи, хранение данных.

Введение

В современной цифровой эпохе, где объемы передаваемых и хранимых данных постоянно растут, обеспечение надежности и целостности этих данных становится первостепенной задачей. Однако передача данных через каналы связи или их хранение на физических носителях неизбежно сопровождается возникновением ошибок, вызванных шумами, помехами или дефектами носителя. Для противодействия этим искажениям используются коды исправления ошибок (Forward Error Correction – FEC). Среди многообразия кодов FEC, коды Рида-Соломона (RS-коды) занимают особое место благодаря своей выдающейся эффективности в исправлении пакетных ошибок. Пакетные ошибки – это последовательность нескольких ошибок, возникающих подряд, что является типичным явлением во многих реальных системах, таких как оптические диски (CD, DVD), системы мобильной связи,

спутниковая связь и системы хранения данных (жесткие диски, флэш-память). Способность RS-кодов обнаруживать и исправлять такие множественные ошибки делает их незаменимыми для обеспечения высокой надежности передачи данных. Программная среда MATLAB (MATLAB), как мощная интегрированная среда для численных вычислений, разработки алгоритмов и моделирования, предоставляет идеальную платформу для исследования и анализа характеристик кодов Рида-Соломона. Данное исследование направлено на глубокое изучение эффективности кодов Рида-Соломона путем их моделирования и анализа с использованием программной среды MATLAB. Мы рассмотрим, как основные принципы работы кодов Рида-Соломона реализуются в симуляционной среде, какие метрики используются для оценки их производительности, и как различные параметры влияют на их способность справляться с ошибками. В результате будет продемонстрирована практическая ценность MATLAB для разработки и оптимизации систем, использующих коды Рида-Соломона, и предоставлены выводы относительно их эффективности в реальных сценариях.

Результаты и анализ исследования

Коды Рида-Соломона недвоичные циклические коды, символы которых представляют собой m -битовые последовательности, где m – целое число положительное число больше 1. Коды Рида-Соломона (n, k) определяются следующим образом m -битные символы для каждого n и k , для которых:

$$0 < k < n < 2^m + 2, \quad (1)$$

где k – количество информационных битов, подлежащих кодированию; n – количество кодовые символы в кодированном блоке. Для большинства кодов Рида-Соломона (n, k) равна:

$$(n, k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - 2t), \quad (2)$$

где t – количество ошибочных символов, которые код может исправить;
а $n - k = 2t$ и число контрольных символов.

Расширенный код Рида-Соломона может быть получен из $n = 2^m$ или $n = 2^m + 1$, но не для больших значений n .

Коды Рида-Соломона имеют максимально возможное минимальное расстояние для линейных кодов одинаковой длины входного и выходного блоков кодировщика. Для недвоичных кодов, расстояние между двумя кодовыми словами определяется (по аналогии с расстоянием Хеминга) как количество символов, которыми различаются последовательности. Минимальное кодовое расстояние для кодов Рида-Соломона определяется следующим выражением [1]:

$$d_{min} = n - k + 1, \quad (3)$$

Код, исправляющий любые искаженные символы, содержащие ошибку в t или меньшее количество бит может быть выражено как:

$$t = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor, \quad (4)$$

где $t = \lfloor x \rfloor$ означает наибольшее целое, не превышающее x .

Согласно уравнению для исправления ошибок t символических ошибок, необходимо иметь не более $2t$ элементов. Также следует, что у декодера будет $n-k$ «потраченных» дополнительных символов, количество которых превышает ошибки, которые код может исправлять. Для каждой ошибки используется один дополнительный символ для обнаружения ошибки и для определения правильного значения символа [2,3].

На рис. 1, 2, 3 показаны некоторые из рабочих характеристик кодов Рида-Соломона в зависимости от размера, избыточности и степени кодирования. Каждый RS-код характеризуется примитивным многочленом поля Галуа (многочленом генератора поля) и полином генератора кода. В таблице 1 приведены примеры полинома генератора поля Галуа для различных значений m .

Таблица 1

Некоторые порождающие полиномы в поле Галуа $GF(2^m)$

m	Полином	m	Полином
3	$1 + X + X^3$	7	$1 + X^3 + X^7$
4	$1 + X + X^4$	8	$1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^8$
5	$1 + X^2 + X^5$	9	$1 + X^4 + X^9$
6	$1 + X + X^6$	10	$1 + X^3 + X^{10}$

Генераторный полином кода представлен следующим выражением:

$$g(X) = g_0 + g_1X + g_2X^2 + \dots + g_{2t-1}X^{2t-1} + X^{2t}, \quad (5)$$

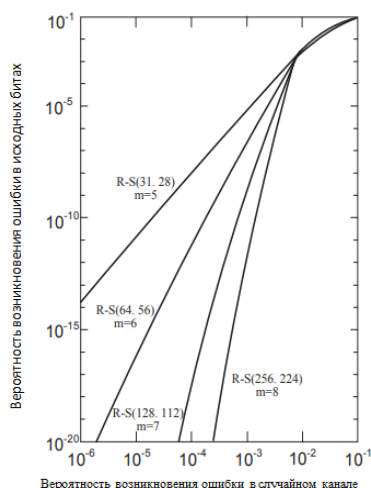


Рис. 1 – Особенности декодера Рид-Соломон в качестве функции размер символов (степень кодирования = 7/8)

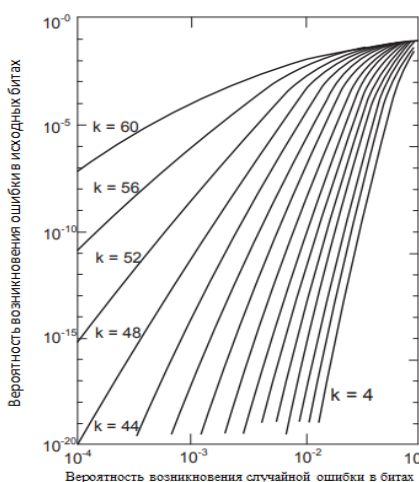


Рис. 2 – Особенности декодера Рид-Соломон (64, k) как функция информации избыток

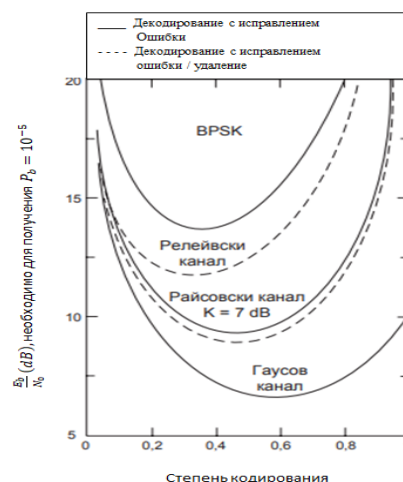


Рис. 3 – Особенности декодера для атаки-Соломон (31, K) в качестве функции степени кодирован

1. Моделирование кода Рида-Соломона в условиях шума.

Архитектура системы моделирования была предоставлена рис. 4. Он похож на упрощенный вариант полной системы связи. Принцип работы этой системы заключается в следующем: в блоке источника данных формируется сообщение в виде фреймов с длиной k [4,5]. Эти фреймы поступают на вход кодировщика Рида-Соломона, который кодируется с помощью RS-кода (n, k). Исходные фреймы от кодера имеют длину n. Полученные кодовые слова входят в блок модуляции, где они преобразуются в модулированные

символы M . Модулированные данные проходят через канал связи, где они подвергаются аддитивный белый шум, величина которого определяется параметром E_b/N_0 (относительно средней энергии сигнала, несущего немного информации в спектральную плотность шума) [6,7]. В приемнике выполняются обратные операции.

Для оценки корректирующих возможностей кодов Рида-Соломона так называемые коэффициенты битовых ошибок (Bit Error Rate – BER), которые определяются отношением общего количества переданных битов информации к общему количеству неправильных битов [8].

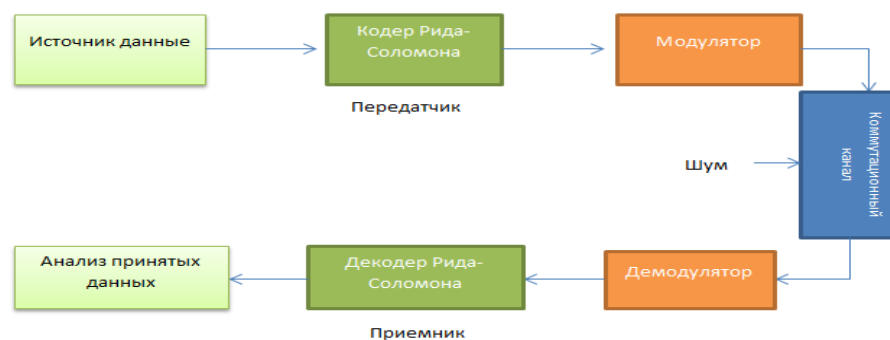


Рис. 4. – Архитектура системы моделирования

2. Реализация моделируемой системы

Среда MATLAB/Simulink использовалась для реализации моделирования. Это Simulink графическая программная среда для моделирования, симуляции и анализа аналоговых и цифровых системы. Реализованная имитационная модель представлена на рис. 5

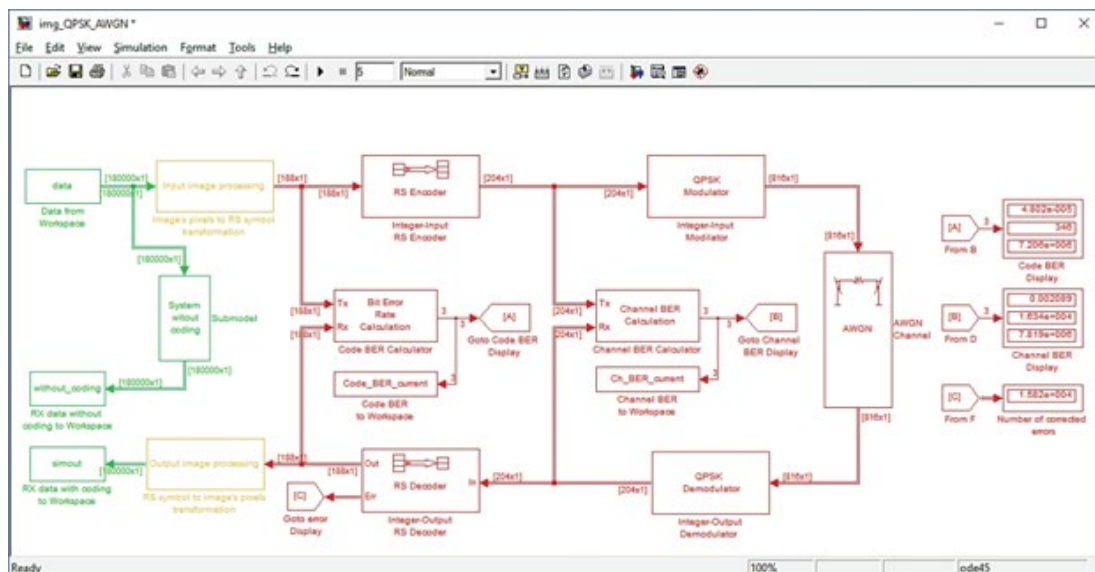


Рис. 5 – Модель моделирования в среде Simulink

В качестве источника данных используется реальное изображение. Параметры RS-кода: $n = 204$, $k = 188$ и $m = 8$, т.е. RS (204,188). Этот код является одним из наиболее широко используемых в DVB системе. В качестве метода модуляции была использована квадратичная фазовая манипуляция (Quadrature phase-shift keying – QPSK). Результаты моделирования представлены на рис. 6 и в таблице 2.

Таблица 2

Результаты симуляции

Входные параметры моделирования		Исходные результаты моделирования	
Размер изображения	33,79 KB	Количество неправильных пикселей в изображении не использовать RS код	2973 (1,7%)
Код Рида-Соломона	RS (204,188)		
Количество бит для символа (m)	8 bits	Количество неправильных пикселей в изображении с использованием RS кода	36 (0,02%)
Скорость кодирования (code rate)	0,922		
Тип модуляции	QPSK	Коэффициент ошибки бит (BER) канал	$2,089 \cdot 10^{-3}$
Тип канала с шумом	AWGN		
Мощность сигнала	1 W	Коэффициент ошибки бит (BER) код	$4,802 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент шума сигнала (E_b/N_0)	6,5 dB		

Такое же моделирование было выполнено для разных значений отношения сигнал/шум (от 5,5 dB до 6,6 dB). Результаты показаны на рис. 7, 8 в графическом виде.

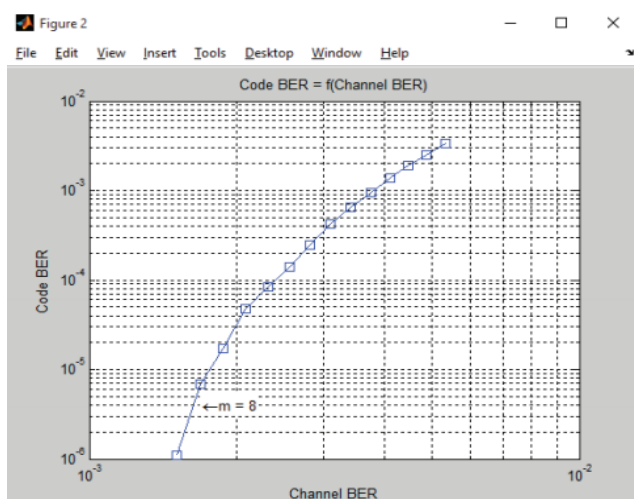


Рис. 7. – Зависимость канала и кодового BER от параметра сигнала / шума канала

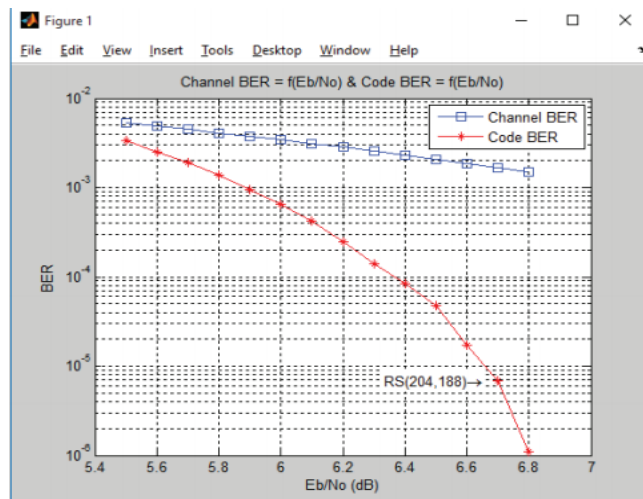


Рис. 8. – Зависимость кодового BER от канала BER

Из графиков на рис. 7, 8 следует отметить, что эффективность кодов Рида-Соломона растет экспоненциально с увеличением значения отношения сигнал/шум канала. Из графика рис. 7 может оценить важный показатель эффективности помехоустойчивых кодов, так называемые выигрыш от кодирования (coding gain). Прирост кодирования – это разница между соотношениями сигнал/шум системы без канального кодирования и отношения сигнал/шум системы с канальным кодированием для фиксированного значения частоты ошибок по битам. В конкретной ситуации это можно сделать для $BER = 9,5 \cdot 10^{-2}$.

$$\begin{aligned} coding\ gain &= E_b/N_0|_{Channel_BER=9,5 \cdot 10^{-2}} - E_b/N_0|_{Code_BER=9,5 \cdot 10^{-2}} \\ &= 6,8\ dB - 5,8\ dB = 1\ dB \end{aligned}$$

Из выражения следует, что в конкретном случае передатчик может вещать примерно на 66 % (за code gain = 1 dB) более низкая мощность, если используется кодирование Рида-Соломона [9,10].

Реализованная модель моделирования в среде Simulink предоставляет возможность оценки возможностей кодов Рида-Соломона. В результате проведенных экспериментов видно, что, если изображение передается по каналу с соотношением сигнал/шум $E_b/N_0 = 6,5\ dB$, полученное

изображение будет получено с ошибками 2937 (1,7 %) пикселей. Если одно и то же изображение передается по тому же каналу, но с использованием кодирования Рид-Соломон скорость кодирования (code rate) 0,92, количество ошибочных пикселей будет только 36 (0,02 %). Таким образом, использование кодирования Рида-Соломона уменьшился коэффициент битовых ошибок BER канала из $2,089 \cdot 10^{-3}$ на $4,802 \cdot 10^{-5}$ для $E_b/N_0 = 6,5 \text{ dB}$.

Заключение

Была реализована модель системы передачи информации с использованием кодов Рида-Соломона в условиях базовой модели шума. Моделирование проводилось в среде MATLAB, что позволило эффективно и гибко изменять параметры системы и анализировать результаты. Были получены графики зависимости коэффициента битовых ошибок - BER и символьных ошибок (Symbol Error Rate – SER) от соотношения сигнал/шум – (Signal to Noise Ratio – SNR) для разных параметров RS-кода. Результаты моделирования подтверждают теоретические характеристики кодов Рида-Соломона и демонстрируют их эффективность в борьбе с шумом. Анализ полученных данных позволяет сделать выводы об оптимальном выборе параметров кода для конкретных условий передачи, обеспечивая баланс между корректирующей способностью, избыточностью и вычислительной сложностью. В дальнейших исследованиях можно рассмотреть более сложные модели каналов связи, включая замирания, импульсные помехи и другие виды искажений. Также можно исследовать влияние различных алгоритмов декодирования на производительность системы.

Литература

1. Галлагер Роберт. Г. Теория информации и надежная связь: Массачусетский технологический институт, 1968. - 588 с.

2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / под редакцией К. Ш. Зигангирова; перевод с англ. И. И. Грушко, В. М. Блиновский. - М.: Мир, 1986. - 576 с.
3. Тютякин А. В. Основы эффективного и помехоустойчивого кодирования сообщений: учебное пособие для высшего профессионального образования. - Орел: ФГБОУ ВПО «Госуниверситет - УНПК», 2015. - 180 с.
4. Кудряшов Б. Д. Основы теории кодирования: учеб. пособие. - СПб.: БХВ-Петербург, 2016. - 400 с.: ил.
5. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. - М. : Техносфера, 2005.- 319 с.
6. Исследование свойств кода Рида-Соломона: Пособие к лаб. Работе / Сост. С. Б. Саломатин - Мн.: БГУИР, 2015. - 32 с.
7. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теория кодов, исправляющих ошибки: Пер. с англ. - М.: Связь, 1979. - 744 с., ил.
8. Теория прикладного кодирования : учебное пособие [доп. МО РБ] : в 2 т. Т. 2 / под ред. В. К. Конопелько. - Минск : БГУИР, 2004. - 398 с.
9. Деннис Силадж. Цифровые системы связи с использованием MATLAB и Simulink. - Паб «Книжный киоск», 2016. - 187с.
10. Дьяконов В. П. MATLAB и Simulink для радиоинженеров / Дьяконов В. П. - М. : ДМК, 2011. - 975 с. : ил., табл.
11. Захаров И. С. и Сай С. В. Оценка помехоустойчивости циклического кода Рида-Соломона с использованием алгоритма Берлекэмп-Месси // Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ» 2015, Том 6, № 4, С.488 - 495.

References

1. Gallager Robert. G. Teoriya informacii i nadezhnaya svyaz' [Information Theory and Reliable Communication]. Massachusettskij texnologicheskij institut, 1968. 588 p.

2. Blejxut R. Teoriya i praktika kodov, kontroliruyushhix oshibki [Theory and Practice of Error-Controlling Codes]. pod redakciej K. Sh. Zigangirova; perevod s angl. I. I. Grushko, V. M. Blinovskij. M.: Mir, 1986. 576 p.
3. Tyutyakin A. V. Osnovy` e`ffektivnogo i pomexoustojchivogo kodirovaniya soobshhenij [Fundamentals of efficient and noise-resistant message coding]: uchebnoe posobie dlya vy`sshego professional`nogo obrazovaniya. Orel: FGBOU VPO «Gosuniversitet, UNPK», 2015. 180 p.
4. Kudryashov B. D. Osnovy` teorii kodirovaniya [Fundamentals of coding theory: textbook]: ucheb. posobie. SPb.: BXV-Peterburg, 2016. 400 p.: il.
5. Morelos-Saragosa R. Iskusstvo pomexoustojchivogo kodirovaniya. Metody`, algoritmy`, primenenie [The art of error-correcting coding. Methods, algorithms, application]. M.: Texnosfera, 2005. 319 p.
6. Issledovanie svojstv koda Rida-Solomona [Study of the properties of the Reed-Solomon code]. Posobie k lab. Rabote, Sost. S. B. Salomatin, Mn.: BGUIR, 2015. 32 p.
7. Mak-Vil'yams F. Dzh., Sloe`n N. Dzh. A. Teoriya kodov, ispravlyayushhix oshibki [Theory of error-correcting codes]. Per. s angl. M.: Svyaz`, 1979. 744 p., il.
8. Teoriya prikladnogo kodirovaniya [Theory of applied coding: a textbook]. uchebnoe posobie [dop. MO RB]: v 2 t. T. 2, pod red. V. K. Konopel`ko. Minsk: BGUIR, 2004. 398 p.
9. Dennis Siladzh. Cifrovyye sistemy` svyazi s ispol`zovaniem MATLAB i Simulink [Communication Systems Using MATLAB and Simulink]. Pab «Knizhny`j kiosk», 2016. 187p.
10. D`yakonov V. P. MATLAB i Simulink dlya radioinzhenerov [MATLAB and Simulink for radio engineers]. M.: DMK, 2011. 975 p.: il., tabl.
11. Zakharov I. S. Sai S. V. Electronic scientific publication “Scientific Notes of TSU” 2015, Vol. 6, No. 4, pp. 488-495.

Дата поступления: 30.07.2025

Дата публикации: 25.09.2025