

Факторы критической нагрузки однослойных цилиндрических стержневых покрытий

А.И. Сиянов, А.С. Осипов

Лысьвенский филиал «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», г. Лысьва

Аннотация: В статье рассмотрены вопросы устойчивости однослойных цилиндрических стержневых покрытий и установлена пригодность к использованию теории тонких сплошных оболочек для аналогичных по форме стержневых конструкций. Осуществлен анализ факторов для определения величины критической нагрузки и доказана необходимость учета параметра, характеризующего изменение геометрии конструкции вдоль дуги окружности. Получены значения и соотношения изгибной и мембранной жесткостей в зависимости от возможного количества полуволн формы потери устойчивости и установлена закономерность для определения критической нагрузки.

Ключевые слова: цилиндрические стержневые покрытия, устойчивость, критическая нагрузка, жесткость, количество полуволн.

Введение

Однослойные цилиндрические стержневые покрытия чувствительны к изменению геометрии и при определенных соотношениях геометрических параметров могут потерять устойчивость [1, 2].

На основании теории тонких сплошных оболочек [3] и анализа деформирования цилиндрической панели [4] от действия равномерно распределенной нагрузки можно изучить поведение аналогичной стержневой конструкции [5] и проанализировать зависимость основных геометрических параметров с учетом формы потери устойчивости [6, 7].

Известно, что исследуемые пространственные конструкции обладают двумя видами жесткости [8].

Теоретические предпосылки

Зададим форму потери устойчивости [9] параметрами, определяющими характер изменения геометрии. Для выявления закономерностей данные параметр следует варьировать, так как заранее неизвестно, какая форма потери устойчивости будет опасной.

Так как покрытие является пространственным, то параметров

изменения формы будет два, один из которых вдоль образующей, а другой – вдоль дуги окружности. Учтем, что параметры, которые по направлениям ортогональны друг к другу не могут накладываться, то есть быть одинаковыми (1:1, 2:2, ...) в случае, когда конструкция выполнена из однотипных элементов и одного материала. Здесь каким-то параметром следует пренебречь. Очевидно, что меньший энергетический барьер проходит конструкция при потере устойчивости вдоль образующей. Тогда можно не учитывать параметр именно по этому направлению или считать его равным единице. В таком случае для исследований запишем [10]

$$q = \frac{EAs}{aR} \left[\frac{I}{A} \left(\frac{\pi \alpha R}{nL^2} + \frac{n\pi}{\alpha R} \right)^2 + \frac{(\alpha R)^2}{R^2 n^2 \pi^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{n^2 L^2}{(\alpha R)^2} \right)^2} \right].$$

Так появляются все предпосылки считать, что, при определении критической нагрузки, конструкция вдоль образующей будет выпучиваться по одной и той же форме независимо от изменения комплекса параметров. Совсем по другому будет происходить искривление поверхности, если рассматривать конструкцию по направлению дуги окружности. Но даже если исследовать конструкцию без изменения ее геометрических параметров, то неизвестно по какой форме для нее будет определяться опасное значение критической нагрузки. Поэтому целесообразно использовать наиболее возможные числовые значения параметра изменения формы вдоль дуги окружности для конкретного варианта покрытия. Такой подход позволит исследовать соотношение изгибной и мембранной жесткостей при разных значениях указанного параметра.

Пример влияния формы потери устойчивости

Для числового исследования приведем конкретный пример. Зададимся геометрическими параметрами покрытия: площадью поперечного сечения

элементов $A=18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, моментом инерции поперечного сечения элементов $I=200 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, радиусом кривизны $R=20 \text{ м}$, длиной вдоль образующей $L=30 \text{ м}$, длиной дуги $\alpha R=30 \text{ м}$.

Воспользуемся формулой для установления влияния на величину критической нагрузки определяющих факторов и исследования соотношения изгибной и мембранной жесткостей. Примем возможные варианты параметра изменения геометрии для задания количества полуволн формы потери устойчивости n .

Учтем, что одна полуволна не способствует определению критической нагрузки.

Исходя из того, что нужны конкретные варианты переменного параметра, а минимальный равен двум, то количество полуволн будем увеличивать на единицу, начиная с первого ($n=2$) и заканчивая четвертым ($n=5$). Таким образом исследования будем проводить для четырех значений переменного параметра ($n=2, 3, 4, 5$).

В результате использования такого подхода предложено выявить влияние количества полуволн формы потери устойчивости на значения изгибной и мембранной жесткостей. В данном случае для исследований не требуется применение числовых значений модуля упругости E , коэффициента заполнения сетки s , размера ячейки a , площади поперечного сечения A и радиуса кривизны R покрытия, которые не принимают участия в изменении соотношений изгибной и мембранной жесткостей. Результат в итоге будет одинаковым как для сплошной, так и для стержневой конструкции.

Расписав числовые значения основных геометрических параметров, можно получить величины опасных критических нагрузок и соотношения изгибной и мембранной жесткостей для заданного ряда полуволн формы потери устойчивости цилиндрических стержневых покрытий.

Ниже приведены результаты с параметрами n :

1) $n=2$

$$q = \frac{EAs}{aR} [0,75 \cdot 10^{-4} + 22,8 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 23,55 \cdot 10^{-4};$$

2) $n=3$

$$q = \frac{EAs}{aR} [1,35 \cdot 10^{-4} + 2,54 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 3,89 \cdot 10^{-4};$$

3) $n=4$

$$q = \frac{EAs}{aR} [2,19 \cdot 10^{-4} + 0,49 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 2,68 \cdot 10^{-4};$$

4) $n=5$

$$q = \frac{EAs}{aR} [3,29 \cdot 10^{-4} + 0,13 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 3,42 \cdot 10^{-4}.$$

Кроме того, соотношение изгибной EI и мембранной EA жесткостей показано на рис. 2.

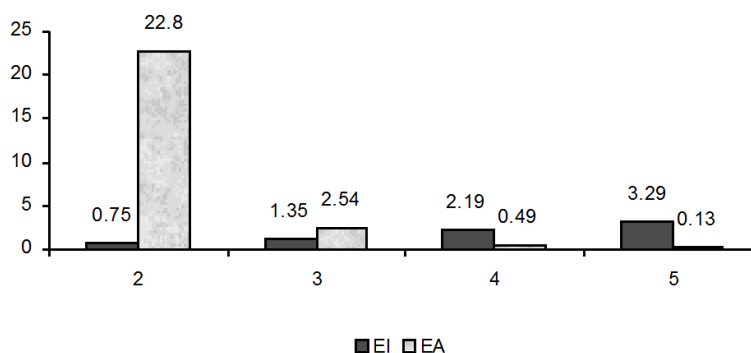


Рис. 2. Динамика изменения жесткостей с увеличением количества полуволн формы потери устойчивости

Из полученных на рис. 2 результатов видно, что увеличение количества полуволн повышает изгибную жесткость и снижает мембранную. Причем минимальная величина критической нагрузки соответствует тому значению n , при котором эти жесткости близки. Конечно на первый взгляд не так просто выделить один или несколько геометрических параметров, влияющих на изменение формы конструкции. Но проанализировав полученную

зависимость, видим, что если принять один из параметров за фиксированный, а другой варьировать в конкретных пределах, то можно определиться с неизвестным параметром влияния.

Выводы

1. Рассмотрены вопросы устойчивости однослойных цилиндрических стержневых покрытий и установлена пригодность к использованию теории тонких сплошных оболочек для аналогичных по форме стержневых конструкций.

2. Осуществлен анализ факторов для определения величины критической нагрузки и доказана необходимость учета параметра, характеризующего изменение геометрии конструкции вдоль дуги окружности.

3. Получены значения и соотношения изгибной и мембранной жесткостей в зависимости от возможного количества полуволин формы потери устойчивости и установлена закономерность для определения критической нагрузки.

Литература

1. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Collapse mechanism of single-layer cylindrical latticed shell under severe earthquake // Materials. 2020. Vol. 13 (11). URL: preprints.org/manuscript/202005.0012/v1.

2. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Experimental and numerical studies on a single-layer cylindrical reticulated shell with semi-rigid joints // ThinWalled Structures. 2015. Vol. 86. pp 1-9.

3. Пшеничнов Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. М.: Наука, 1982. 352 с.

4. Трущев А.Г. Пространственные металлические конструкции: учеб. пособие для вузов. М.: Стройиздат, 1983. 215 с.

5. Попов И.Г. Цилиндрические стержневые системы. Л.; М.: Гос. Изд-во лит. по стр-ву и арх-ре, 1952. 112 с.
6. Лубо Л.Н. Руководство по проектированию и расчету покрытий нового типа – сетчатых оболочек. Л.: ЛенЗНИИЭП, 1971. 63 с.
7. Лебедев В.А., Лубо Л.Н. Сетчатые оболочки в гражданском строительстве на севере. Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1982. 136 с.
8. Gotsulyak E.A., Siyanov A.I. Stability and nonlinear deformation of cylindrical grids // International Applied Mechanics. 2004. Volume 40, Issue 4, pp. 426-431. URL: researchgate.net/publication/226437755.
9. Сиянов А.И. Исследование цилиндрической сетчатой оболочки с повышенной жесткостью опорных ребер // Инженерный вестник Дона, 2019, №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2019/6166.
10. Сиянов А.И., Ярошевич Д.К. Исследование зависимостей критического состояния цилиндрических сетчатых оболочек // Инженерный вестник Дона, 2024, №8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2024/9422.

References

1. Zhou H., Zhang Y., Fu F., Wu J. Materials. 2020. Volume. 13 (11) URL: preprints.org/manuscript/202005.0012/v1.
2. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Thin-Walled Structures. 2015. Vol. 86. pp 1-9.
3. Pshenichnov G.I. Teoriya tonkikh uprugikh setchatykh obolochek i plastinok [Theory of thin elastic mesh shells and plates]. M.: Nauka, 1982. 352 p.
4. Trushchev A.G. Prostranstvennye metallicheskie konstruktsii: ucheb. posobie dlya vuzov [Spatial metal structures: manual for universities]. M.: Stroyizdat, 1983. 215 p.
5. Popov I.G. Tsilindricheskie sterzhnevye sistemy [Cylindrical rod systems]. L.; M.: Gos. izd-vo lit. po str-vu i arkh-re, 1952. 112 p.



6. Lubo L.N. Rukovodstvo po proektirovaniyu i raschetu pokrytiy novogo tipa – setchatykh obolochek [Guidelines for the design and calculation of roofs of a new type of mesh shells]. L.: LenZNIIEHP, 1971. 63 p.

7. Lebedev V.A., Lubo L.N. Setchatye obolochki v grazhdanskom stroitel'stve na severe [Mesh shells in civil engineering in the north]. L.: Stroyizdat, Leningr. otd-nie, 1982. 136 p.

8. Gotsulyak E.A., Siyanov A.I. International Applied Mechanics. 2004. Volume 40, Issue 4, pp. 426-431.

9. Siyanov A.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2019/6166.

10. Siyanov A.I., Yaroshevich D.K. Inzhenernyj vestnik Dona, 2024, №8 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2024/9422.

Дата поступления: 2.10.2025

Дата публикации: 27.11.2025