

## Моделирование изменения угла крена крутосклонного трактора в среде MathLab Simulink

*В.И. Фомин, Я.Д. Шапкин, Д.А. Лентицкий, Д.Р. Кузовков,*

*В.Н. Сидоров*

*Калужский филиал Московского государственного технического университета  
им. Н.Э. Баумана*

**Аннотация:** В работе рассмотрены имитационные модели системы адаптивного регулирования давления в шинах, расчета коэффициента опрокидывания и величины бокового увода колес трактора в среде MathLab Simulink; выявлено, что компенсация угла поперечного уклона за счет изменения высоты подвески эффективнее сказывается на обеспечении рациональных угла увода колеса и коэффициента опрокидывания, чем снижение центра масс.

**Ключевые слова:** поверхность с поперечным уклоном, угол крена, коэффициент опрокидывания, угол увода колес, крутосклонный трактор.

### Введение

Одним из направлений совершенствования крутосклонных тракторов является повышение их маневренности и проходимости при выполнении технологических операций за счет совершенствования конструкции позволяющей повысить устойчивость [1].

Целью настоящего исследования является изучение влияния давления в шинах, вертикальной координаты центра масс крутосклонного трактора, а также адаптивной подвески на его устойчивость при прямолинейном движении по наклонной поверхности.

Расчетная схема движения трактора по наклонной поверхности представлена на рисунке 1 [2-4].

Опорная поверхность с поперечным углом была задана с использованием программы MathLab Simulink (рис. 2) [5, 6].

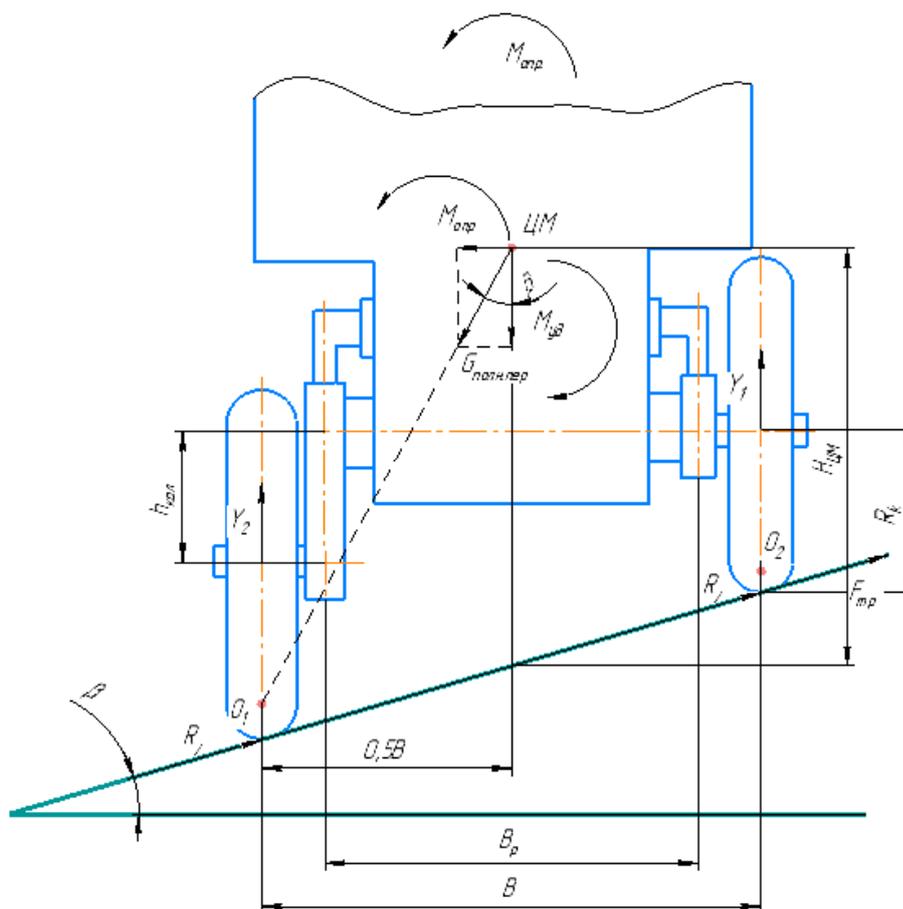


Рис. 1. – Расчетная схема движения трактора по поверхности с поперечным уклоном

$ЦМ$  – центр масс трактора;  $H_{ЦМ}$  – высота центра масс трактора относительно опорной поверхности;  $M_{опр}$  – опрокидывающий момент;  
 $\beta$  – угол поперечного уклона поверхности;  $B$  – колея колес;  
 $B_p$  – колея бортовых редукторов;  $R_z$  – вертикальная сила реакции со стороны опорной поверхности;  $G_{полн. пер.}$  – часть силы тяжести центра масс приходящаяся на переднюю ось;  $R_k$  – радиус колеса;  $P_y$  – боковая сила реакции, действующая на колесо, при движении по поверхности с поперечным уклоном;  $R_y$  – боковая сила реакции со стороны опорной поверхности;  $F_{тр}$  – сила трения с опорной поверхностью;  $h_{кол.}$  – величина хода подвески и изменение высоты колеса за счет поворота бортового редуктора

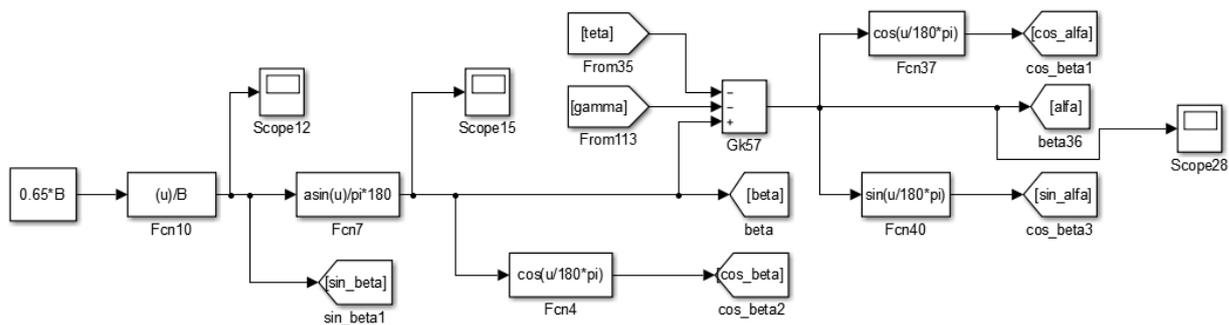


Рис. 2. – Имитационная модель опорной поверхности с поперечным уклоном

Угол уклона (рис. 3) задается через отношение высоты опорной поверхности под левым колесом к базе трактора через синус угла наклона поверхности ( $\beta$ ). Имитационная модель позволяет вычислить угол наклона трактора по отношению к опорной поверхности ( $\alpha$ ), в зависимости от угла, компенсированного за счет хода адаптивного бортового редуктора ( $\gamma$ ) и угла, компенсированного за счет разницы диаметров колес ( $\theta$ ).

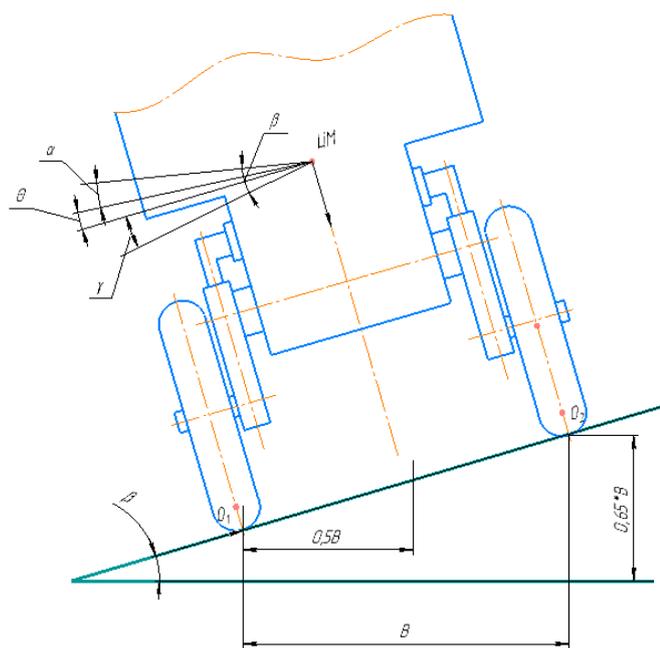


Рис. 3. – Параметры, определяемые имитационной моделью опорной поверхности с поперечным уклоном

Угол крена трактора при прямолинейном движении по наклонной поверхности [7, 8]:

$$\varphi = \frac{M_I + M_G}{C_\varphi - G_{\text{подр.пер}} \cdot \cos(\alpha) \cdot H_{\text{ЦМ}}}, \text{ рад} \quad (4)$$

где  $M_G$  - момент, создаваемый силой тяжести;  $M_I$  - момент, создаваемый силой инерции от поперечно-угловых колебаний;  $G_{\text{полн. пер.}}$  - часть силы тяжести центра масс, приходящаяся на переднюю ось;  $H_{\text{ЦМ}}$  - высота центра масс трактора относительно опорной поверхности.

Опрокидывающие моменты определяем по выражениям:

$$M_G = G_{\text{полн пер}} \cdot H_{\text{ЦМ}} \cdot \sin(\alpha), \text{ Н} \cdot \text{ м}$$

$$M_I = \frac{G_{\text{полн пер}}}{g} \cdot \sigma_{\ddot{z}} \cdot H_{\text{ЦМ}}, \text{ Н} \cdot \text{ м} \quad (6)$$

где  $\sigma_{\ddot{z}}$  - среднеквадратичное значение боковых ускорений ЦМ при движении (принимается  $\sigma_{\ddot{z}} = 0,6$ ) [9].

Коэффициент опрокидывания определим по выражению [9]:

$$K = \frac{[G_{\text{полн пер}}(0,5 \cdot B - \Delta) - G_{\text{подр пер}} \cdot H_{\text{ЦМ}} \cdot \sin(\varphi)] \cdot \cos(\alpha)}{M_I + M_G} \quad (7)$$

где  $B$  - колея колес;  $\Delta$  - смещение плеча  $G_{\text{полн.пер}} \cdot \cos(\alpha)$ .

Угол увода колеса рассчитываем как отношение боковой нагрузки к коэффициенту увода колеса  $k_{\text{ув}}$ .

$$\delta_{\text{ув}} = \frac{P_y}{k_{\text{ув}}}, \text{ рад} \quad (1.14)$$

Для определения коэффициента увода колеса  $k_{\text{ув}}$  воспользуемся формулой, приведенной в работе [8]:

$$k_{\text{ув}} = C_d \frac{C_1 + C_2 \cdot G_k \cdot p_w + C_3/p_w}{e^b} \cdot \sqrt{1 - \left[\frac{F_k}{G_k}\right]^4}, \frac{\text{Н}}{\text{рад}} \quad (1.15)$$

где  $G_k$  - вертикальная нагрузка на колесо;  $F_k$  - сила от тягового момента на колесе;  $C_d, C_1, C_2, C_3, b$  - коэффициенты пропорциональности, характеризующие упругие свойства шины данной модели [9].

Используя полученные выше зависимости, были составлены имитационные модели в программе MathLab Simulink (рис. 4 - 6) [10, 11]:

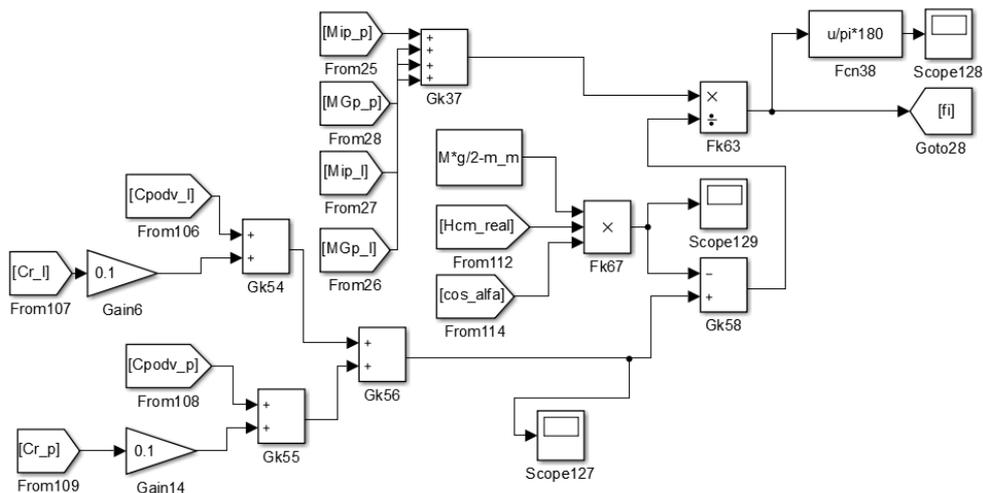


Рис. 4. – Имитационная модель определения угла крена

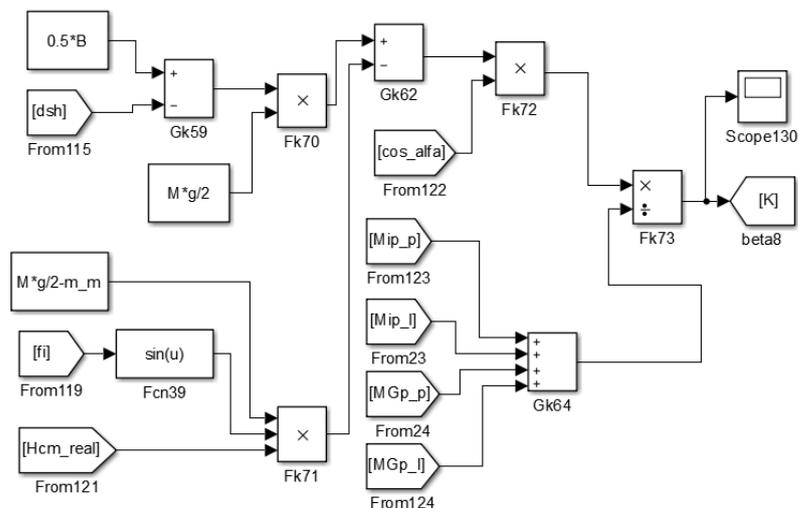


Рис. 5. – Имитационная модель определения коэффициента опрокидывания

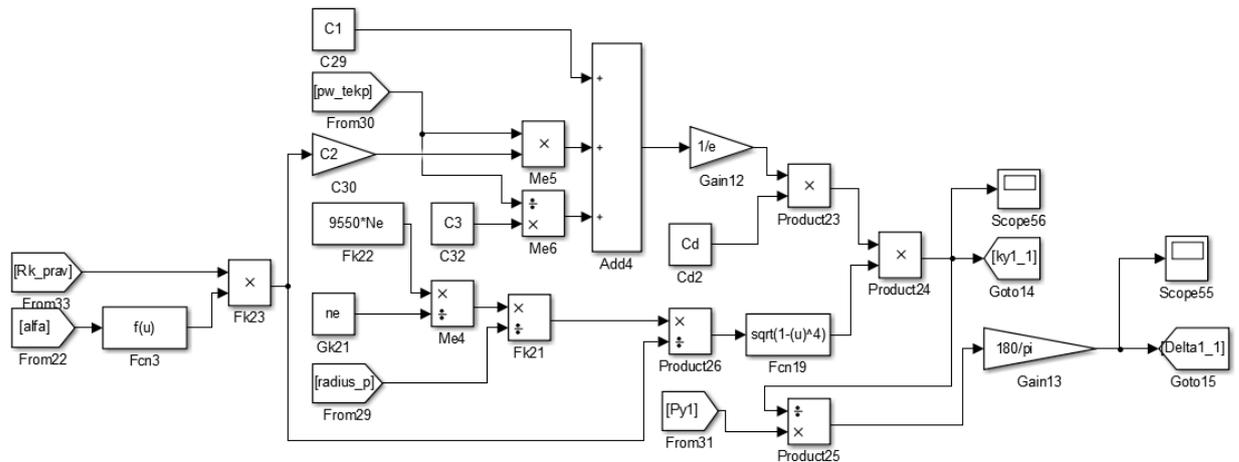


Рис. 6 – Имитационная модель расчета угла бокового увода колеса

Применяя MathLab Simulink для имитационного моделирования движения крутосклонного трактора по наклонной плоскости с поперечным углом наклона  $41^\circ$  были получены зависимости изменение угла увода колеса  $\delta_{ув}$  (а) и коэффициента опрокидывания  $K$  (б) при увеличении давлений в правом  $p_{w\text{ прав}}$  и левом  $p_{w\text{ лев}}$  колес до минимальных и максимальных значений (рис. 6 – 7).

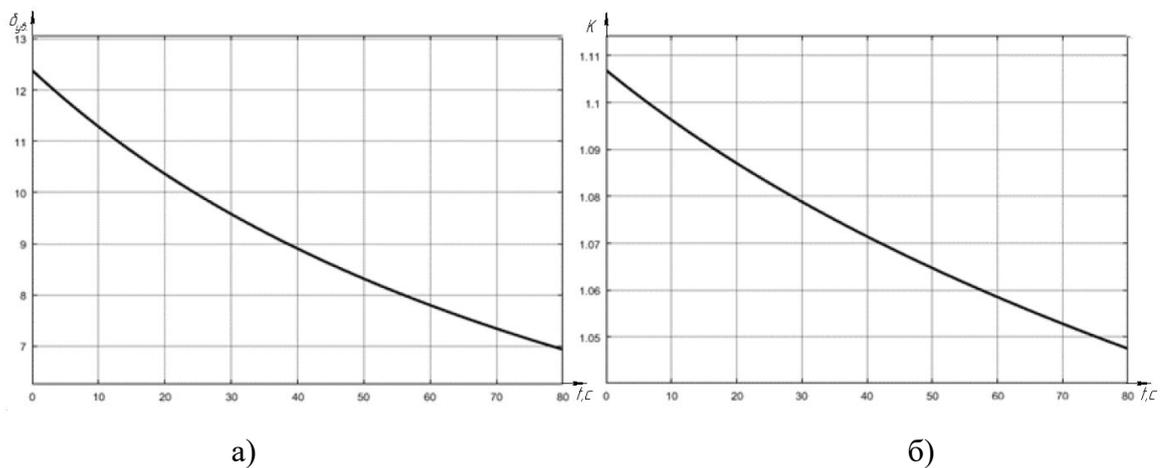


Рис. 7. – Изменение  $\delta_{ув}$  (а) и  $K$  (б) при увеличении  $p_{w\text{ прав}}$  и  $p_{w\text{ лев}}$

Увеличение давления в шинах колес значительно снижает угол увода колес  $\delta_{ув}$ , практически не снижая коэффициент опрокидывания  $K$ . Снижение

давления в шинах положительно влияет на коэффициенте опрокидывания  $K$ , но приводит к значительному увеличению угла увода колес  $\delta_{ув}$ .

Применение адаптивных бортовых редукторов для компенсации угла уклona позволяет получить приращение коэффициента опрокидывания  $\Delta K = 1$  и угла увода колес  $\Delta\delta_{ув} = 5^\circ$ . В то время как снижение центра масс дает приращение гораздо ниже:  $\Delta K = 0,05$  и  $\Delta\delta_{ув} = 1,5^\circ$ .

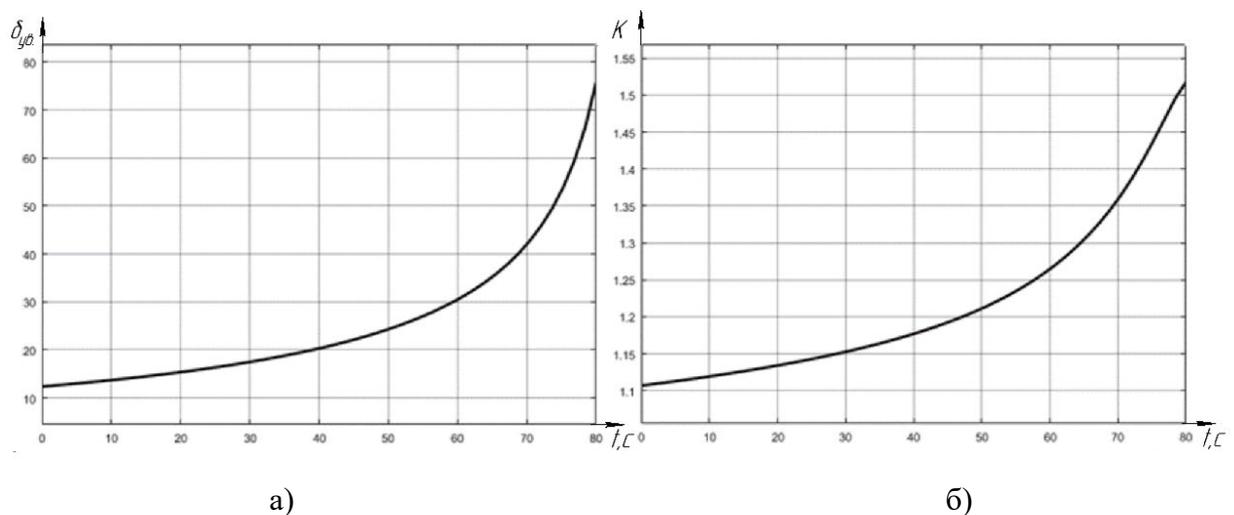


Рис. 8. – Изменение  $\delta_{ув}$  (а) и  $K$  (б) при увеличении  $p_w$  прав и  $p_w$  лев

На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что применение адаптивной подвески дает больший положительный эффект на коэффициент опрокидывания  $K$  и угол увода колеса  $\delta_{ув}$ , чем просто снижение центра масс. Рациональное соотношение давления в шинах колес левого и правого бортов позволяет обеспечить заданные угол увода колес  $\delta_{ув}$  и коэффициент опрокидывания  $K$ .

### Литература

1. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства. М.: Инфа-М, 2014. 506 с.



2. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Новое знание, 2001. 584с.
  3. Жилейкин М.М., Котиев Г.О. Моделирование систем транспортных средств. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 280 с.
  4. Филькин Н. М., Шаихов Р. Ф., Буянов И. П. Теория транспортных и транспортно-технологических машин. Пермь: ФГБОУ ВО Пермская ГСХА, 2016. 230 с.
  5. Сидорова А.В., Степин П.И, Сидоров В.Н. Имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink // Инженерный вестник Дона, 2020, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395.
  6. Заруцкий С.А., Власенко Е.А. Автоматизация анализа данных экспериментальных исследований // Инженерный вестник Дона, 2019, №8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753.
  7. Годжаев З.А., Гончаренко С.В., Валеев Д.Х., Карабцев В.С. Расчетно-экспериментальная оценка технических характеристик шин грузовых автомобилей. М.: Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ, 2015. №5. С. 14-19. URL: elibrary.ru/item.asp?id=24340647.
  8. Колбасов А.Ф. Некоторые актуальные вопросы работы автомобильной шины. Сочи: Фундаментальные исследования. 2011. №8-1. С. 128-130. URL: fundamental-research.ru/ru/article/view?id=26799.
  9. Ларин В.В. Зависимости вертикальной деформации пневматических шин. М.: Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. №12. С. 9. URL: engjournal.ru/catalog/machin/transport/1032.html.
  10. Рыжков И.Б. Основы научных исследований и изобретательства. С-Пб.: Лань, 2019. 224 с. URL: e.lanbook.com/book/116011.
  11. Документация MATLAB. URL: docs.exponenta.ru/documentation-center.html.
-

## References

1. Kut'kov G.M. Traktory i avtomobili. Teoriya i tekhnologicheskiye svoystva [Tractors and cars. Theory and technological properties]. M.: Infa-M, 2014. 506 p.
2. Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie tehniceskikh sistem [Mathematical modeling of technical systems]. Minsk: Novoe znanie, 2001. 584 p.
3. Zhilejkin M.M., Kotiev G.O. Modelirovanie sistem transportnyh sredstv [Modeling of vehicle systems]. M.: Izdatel'stvo MGTU im. N.Je. Baumana, 2018. 280 p.
4. Fil'kin N. M., Fil'kin N. M., Shaihov R. F., Bujanov I. P.. Teoriya transportnyh i transportno-tehnologicheskikh mashin [Theory of transport and transport-technological machines]. Perm': FGBOU VO Permskaja GSHA, 2016. 230 p.
5. Sidorova A.V., Stepin P.I, Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395).
6. Zaruckij S.A., Vlasenko E.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №8. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753.3](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753.3).
7. Godzhaev Z.A., Goncharenko S.V., Valeev D.H., Karabcev V.S. M.: Federal'nyj nauchnyj agroinzhenernyj centr VIM, 2015. №5. pp. 14-19 URL: [elibrary.ru/item.asp?id=24340647](http://elibrary.ru/item.asp?id=24340647).
8. Kolbasov A.F. Sochi: Fundamental'nye issledovaniya. 2011. №8-1. pp.128-130. URL: [fundamental-research.ru/ru/article/view?id=26799](http://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=26799).
9. Larin V.V. Moskva: Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii. 2013. № 12. P. 9. URL: [engjournal.ru/catalog/machin/transport/1032.html](http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1032.html).
10. Ryzhkov I.B. Osnovy nauchnyh issledovaniy i izobretatel'stva: uchebnoe posobie [Fundamentals of scientific research and invention]. Sankt-Peterburg: Lan', 2019. 224 p. URL: [e.lanbook.com/book/116011](http://e.lanbook.com/book/116011).
11. Dokumentacija MATLAB [MATLAB Documentation]. URL [docs.exponenta.ru/documentation-center.html](http://docs.exponenta.ru/documentation-center.html).

**Дата поступления: 13.06.2025**

**Дата публикации: 1.08.2025**

---